آموزشکده فنی و کشاورزی فسا

بسم الله الرحمن الرحيم

فیزیک عمومی

مدرس : آرش دهیار

با آرزوی سلامتی برای تمامی

دانشجویان گرامی

فصل پنجم

جریان الکتریکی و
مدارهای جریان مستقیم

جریان الکتریکی

جریان الکتریکی با شارش بارهای الکتریکی از یک ناحیه به ناحیه دیگربه وجود می آیند.

انرژی مورد نیاز نمایشگرهایی مانند تلفن همراه توسط باتری هایی تأمین می شود که از طریق سیم های رسانایی که در آنها بارهای الکتریکی درجریان اند به نمایشگر تلفن همراه شما متصل اند.

اکنون می‌خواهیم تعریفی برای جریان الکتریکی در یک رسانا ارائه کنیم. فرض کنید بار خالص Δq در بازهٔ زمانی Δt از مقطعی از رسانا می‌گذرد. نسبت $\frac{\Delta q}{\Delta t}$ را جریان الکتریکی متوسط می‌گویند. اگر این آهنگ ثابت باشد، جریان برابر است با

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

در رابطهٔ **بالا** بار الکتریکی (Δq) برحسب کولن (C)، مدت زمان (Δt) برحسب ثانیه (s) و جریان (I) برحسب آمپر (A) است.

مثال:

ولتاژ باتری یک ماشین‌حساب جیبی ۳/۰V است و وقتی ماشین‌حساب روشن است، این باتری باعث عبور جریان ۰/۱۷mA در آن می‌شود. اگر این ماشین حساب یک ساعت روشن باشد

الف) در این مدت چه مقدار بار از مدار می‌گذرد؟

ب) باتری چقدر انرژی به مدار ماشین‌حساب می‌دهد؟

پاسخ : الف) باری که در یک ساعت از مدار می‌گذرد با استفاده از رابطهٔ **ارایه شده** :

$$\Delta q = I(\Delta t) = (۰/۱۷ \times ۱۰^{-۳}\,A)(۳/۶ \times ۱۰^{۳}\,s) = ۰/۶۱\,C$$

ب) انرژی‌ای که باتری به مدار می‌دهد بنابه رابطهٔ ۲ــ۱۲ ($W_{خارجی} = q\Delta V$) چنین می‌شود :

$$\text{انرژی داده شده به مدار} = (۰/۶۱\,C)(۳/۰\,V) = ۱/۸\,J$$

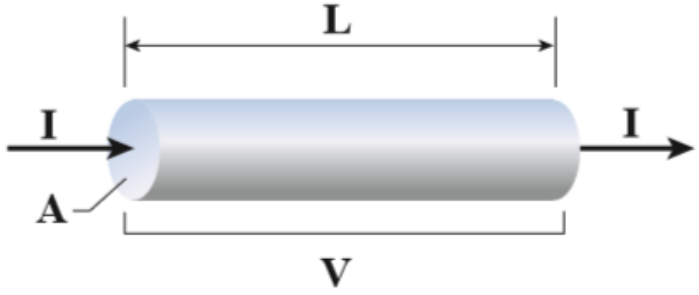
مقاومت الکتریکی:

مقاومت الکتریکی به صورت $R = \frac{V}{I}$ تعریف می شود. برای برخی از مواد از قبیل فلزات جریان الکتریکی (I) تابعی خطی از اختلاف پتانسیل الکتریکی(V) است. به عبارت دیگر، این مواد اصطلاحا از قانون اهم پیروی می کنند. نماد عمومی استفاده شده در شماتیک‌ها و نقشه‌های الکتریکی برای یک مقاومت ثابت، خط زیگ زاگ است.

عوامل تاثیر گذار بر مقاومت:

مقاومت یک رسانا در دمای ثابت به طول، سطح مقطع و جنس رسانا بستگی دارد. مقاومت سیم از رابطه زیر به دست می آید:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$



سیمی به طول L و مقطع یکنواخت A ،
تحت اختلاف پتانسیل V، جریان I می‌گذرد.

که در آن L طول سیم برحسب متر (m)، A مساحت مقطع سیم برحسب مترمربع (m^2) و R مقاومت الکتریکی سیم برحسب اُهم (Ω) است.

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

در این رابطه ρ کمیتی به نام **مقاومت ویژهٔ** رساناست که برای رساناهایی که از قانون اهم پیروی می‌کنند فقط به جنس رسانا و دمای آن بستگی دارد. یکای ρ در این رابطه اُهم. متر ($\Omega.m$) است.

مثال

سیم‌کشی منازل معمولاً با سیم‌های مسی نمرهٔ ۱۲ (قطر $۲/۰۵\times۱۰^{-۳}$ متر) صورت می‌گیرد.

مقاومت ۱۰۰m از این سیم‌ها در دمای اتاق چقدر است؟

پاسخ : مساحت مقطع این سیم برابر است با :

$$A=\pi r^{۲}=\pi D^{۲}/۴=(۳/۱۴)(۲/۰۵\times۱۰^{-۳}m)^{۲}/۴=۳/۳۰\times۱۰^{-۶}m^{۲}$$

از طرفی مقاومت ویژهٔ سیم مسی در دمای $۲۰^{\circ}C$ ، $۱/۶۹\times۱۰^{-۸}\Omega.m$ و طول سیم مسی ۱۰۰m است.

بنابراین، با استفاده از رابطهٔ $R=\rho L/A$ برای مقاومت سیم مسی خواهیم داشت :

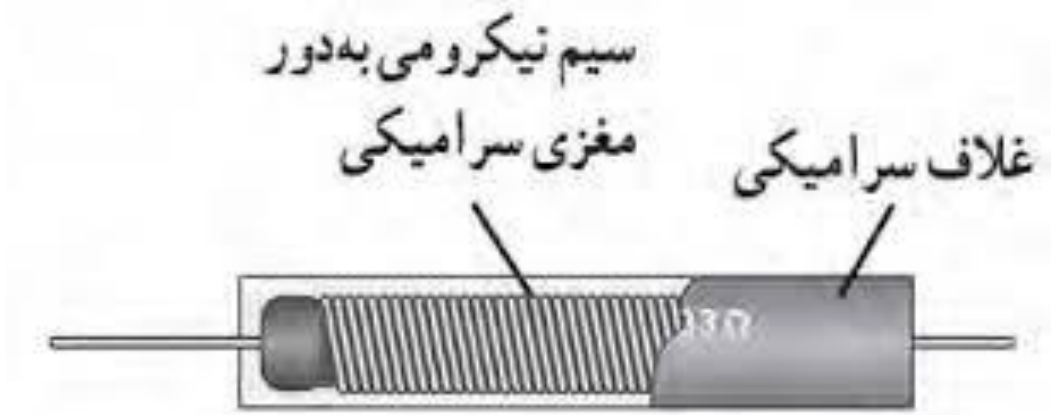
$$R=\rho\frac{L}{A}=(۱/۶۹\times۱۰^{-۸}\Omega.m)\frac{(۱۰۰m)}{(۳/۳۰\times۱۰^{-۶}m^{۲})}=۰/۵۱۲\Omega$$

انواع مقاومت ها:

انواع اصلی مقاومت ها بر دو نوع اند.

۱ – مقاومت های پیچه ای:

شامل پیچه ای از یک سیم نازک هستند که معمولاً جنس آنها آلیاژهایی مانند نیکروم (آلیاژ نیکل و کرم) یا آلیاژ مس نیکل منگنز، که به آن منگانین می گویند است. این پیچه ها عموماً به دور هسته ای از جنس سرامیک، پلاستیک یا شیشه پیچیده شده اند و در غلافی از جنس سرامیک قرار گرفته اند. شکل زیر نمونه ای از ساختار چنین مقاومت هایی را نشان می دهد.



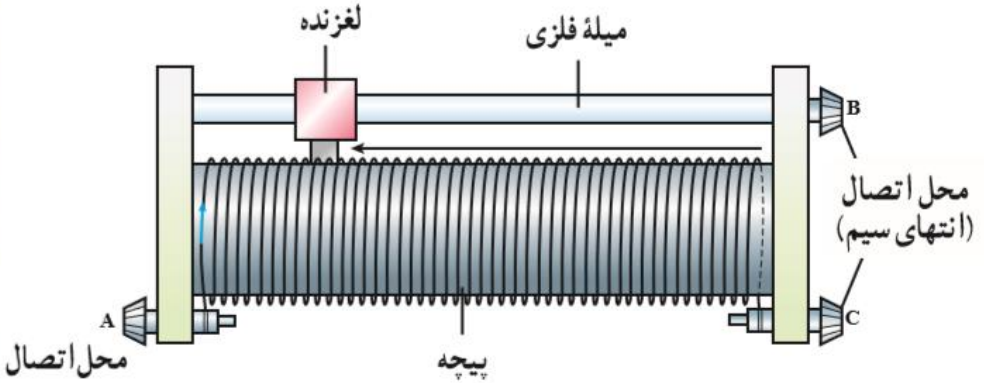
نمونه‌ای از ساختار یک مقاومت پیچه‌ای

یکی از انواع مشهور این نوع از مقاومت ها، **رئوستا** نام دارد که در مدارهای الکترونیکی **پتانسیومتر** نامیده می شود. این نوع مقاومت ها، متغیر هستند. یک رئوستا از سیمی با مقاومت ویژه نسبتاً زیاد ساخته شده است. این سیم روی استوانه ای نارسانا پیچیده شده و با استفاده از دکمه ای لغزنده که روی ریلی در بالای استوانه قرار دارد و انتهای آن با سیم در تماس است می تواند قسمت دلخواهی از سیم را در مسیر جریان قرار دهد و بنابراین مقدار مقاومت را تغییردهد و به این ترتیب جریان را در مدار تنظیم و کنترل کند.

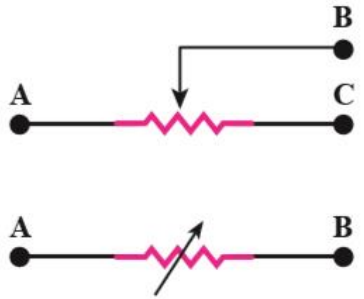
رئوستا

پتانسیومتر

پ) شکل واقعی یک رئوستا و یک پتانسیومتر



الف) طرحی از ساختار یک رئوستا



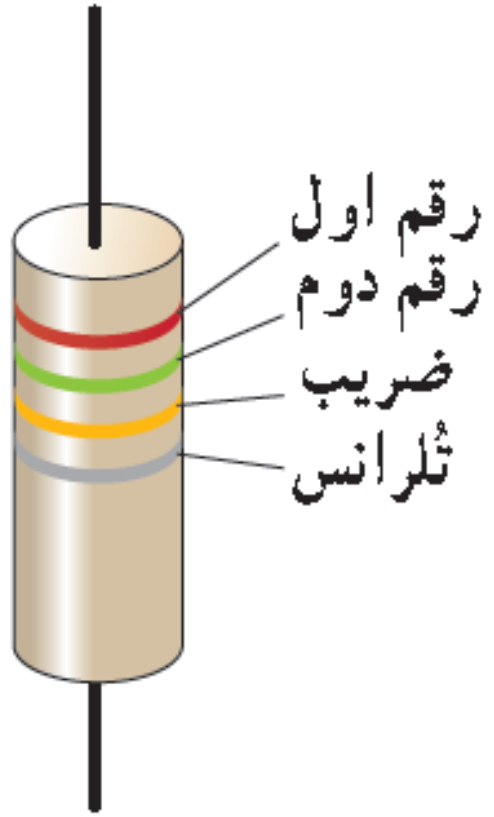
ب) نماد یک رئوستا یا پتانسیومتر در مدار الکتریکی

۲ – مقاومت های ترکیبی:

معمولا از کربن، برخی نیمرساناها، و یا فیلم های نازک فلزی ساخته شده اند که در داخل پوششی پلاستیکی قرار گرفته اند. کارخانه های سازنده، مقاومت های ترکیبی را در اندازه های خاص استانداردی تولید می کنند. مقدار این مقاومت ها یا روی آنها نوشته می شود، یا عمدتاً به صورت کدی رنگی نشان داده می شود که با ۳ یا ۴ حلقه رنگی روی آنها مشخص شده است. هر رنگ معرف عددی است که در جدول داده شده است. دو حلقه اول به ترتیب رقم اول و رقم دوم مقاومت را نشان می دهند. رقم حلقه سوم ضریبی است که در ستون سوم جدول مشخص شده است.حلقه چهارم یک حلقه طلایی یا نقره ای است که تُلرانس نامیده می شود و مقدار مجاز انحراف از مقدار دقیق مقاومت را برحسب درصد مشخص می کند. نبود نوار چهارم به معنای آن است که تلرانس ۲۰ درصد است. برای خواندن حلقه های رنگی مقاومت را طوری به دست می گیریم که حلقه تلرانس در سمت راست قرار گیرد و بقیه حلقه ها را از سمت چپ به راست می خوانیم. مشخصه مهم دیگر یک مقاومت، بیشینه توان الکتریکی است که مقاومت می تواند بدون آنکه بسوزد تحمل کند.

جدول کد رنگی مقاومت

رنگ	عدد متناظر	ضریب	خطای مجاز
مشکی	0	1	
قهوه ای	1	10	± %1
قرمز	2	100	± %2
نارنجی	3	1,000	
زرد	4	10,000	
سبز	5	100,000	± %0.5
آبی	6	1,000,000	± %0.25
بنفش	7	10,000,000	± %0.1
خاکستری	8		± %0.05
سفید	9		
طلائی		0.1	± %5
نقره ای		0.01	± %10
خالی			± %20

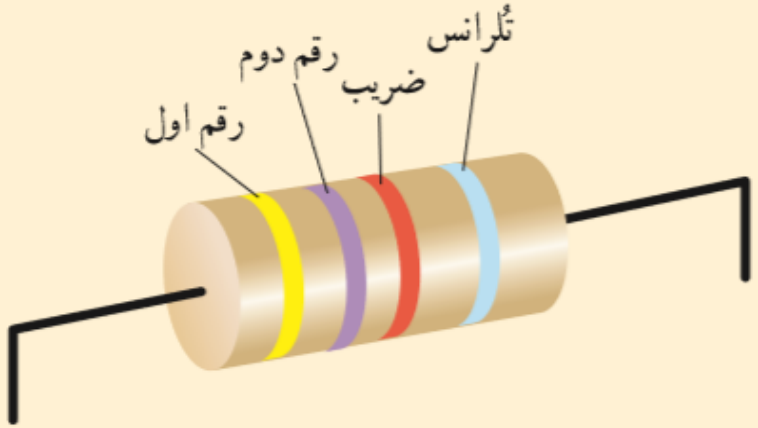


مقدار مقاومت‌های ترکیبی با کدهای رنگی مشخص می‌شود؛ مثلاً مقدار مقاومت شکل ۲۵kΩ با تلرانس ۱۰ درصد است.

نقره‌ای	ضریب	سبز	قرمز
٪۱۰	۱۰۰۰	۵	۲

$$۲۵\times۱۰۰۰\pm\%۱۰=۲۵۰۰۰\pm\%۱۰\ (\Omega)$$
$$=۲۵\pm\%۱۰\ (K\Omega)$$

تمرین:

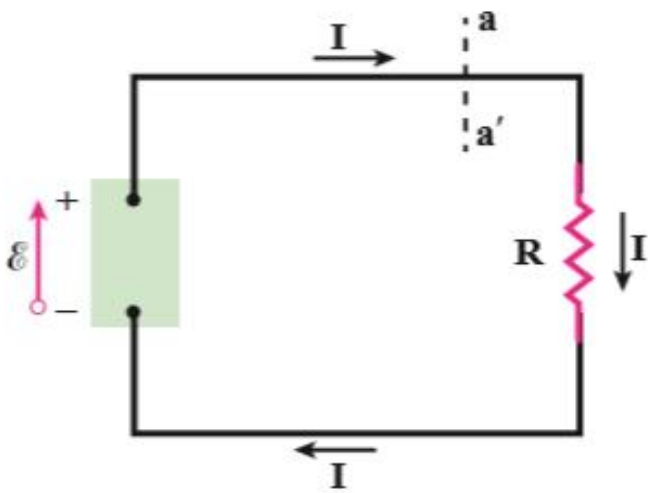


مقدار مقاومت نشان داده شده در شکل چقدر است؟

نیروی محرکهٔ الکتریکی:

اگر بخواهیم بارهای الکتریکی را از یک مقاومت الکتریکی عبور دهیم، باید بین دو سر مقاومت یک اختلاف پتانسیل برقرار کنیم. در واقع برای این کار به یک پمپ یا تلمبه بار نیاز داریم تا جریانی ثابت از بارهای الکتریکی را برقرار کند. چنین وسیله ای که با انجام کار روی بار الکتریکی اختلاف پتانسیل را ثابت نگه می دارد منبع **نیروی محرکه الکتریکی** نامیده می شود.

در واقع این وسیله با صرف انرژی، بارهای الکتریکی مثبت را از پتانسیل پایین تر به پتانسیل بالاتر سوق می دهد و سبب شارش آنها می شود.



اکنون مدار سادهٔ الکتریکی شکل مقابل را در نظر بگیرید. در هر بازهٔ زمانی Δt، بار Δq از هر مقطع این مدار (مثلاً aa') می‌گذرد. همین تعداد بار باید به پایانهٔ با پتانسیل پایین‌تر منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی وارد شود و از پایانهٔ با پتانسیل بالاتر آن خارج گردد. این وسیله باید کاری به اندازهٔ ΔW روی بار Δq انجام دهد تا آن را در این مسیر به حرکت درآورد. کاری که منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی روی واحد بار الکتریکی مثبت انجام می‌دهد تا در مدار جریان یابد اصطلاحاً نیروی محرکهٔ الکتریکی نامیده و با رابطهٔ زیر تعریف می‌شود :

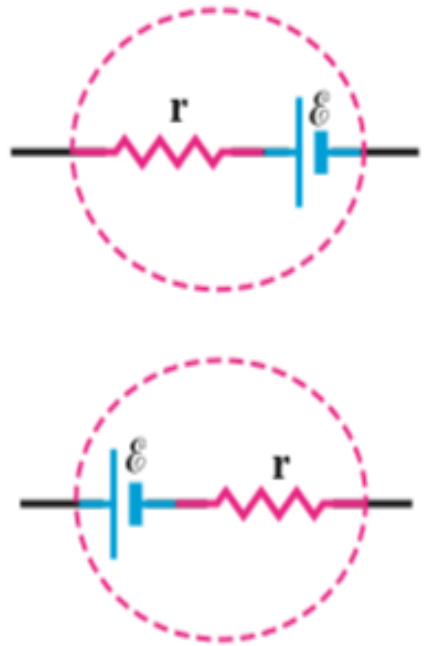
$$\mathcal{E} = \frac{\Delta W}{\Delta q}$$

به عبارت دیگر، نیروی محرکهٔ الکتریکی یک منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی عبارت از کاری است که روی واحد بار مثبت انجام می‌شود تا آن را از پایانه‌ای با پتانسیل کمتر به پایانه‌ای با پتانسیل بیشتر ببرد .

یکای کمیت نیروی محرکهٔ الکتریکی همان یکای اختلاف پتانسیل الکتریکی یعنی ولت (V) است ($1V=1J/1C$) مثلاً اگر نیروی محرکهٔ یک باتری ۱/۵V باشد به این معناست که باتری روی هر کولن باری که از آن می‌گذرد ۱/۵J کار انجام می‌دهد.

منابع نیروی محرکهٔ الکتریکی آرمانی یا واقعی هستند. اگر پایانه‌های مثبت و منفی یک منبع نیروی محرکه را به ترتیب با a و b نمایش دهیم، اختلاف پتانسیل میان این دو پایانه برای یک منبع آرمانی برابر با نیروی محرکهٔ الکتریکی آن وسیله است :

$$V_a - V_b = \mathscr{E}$$

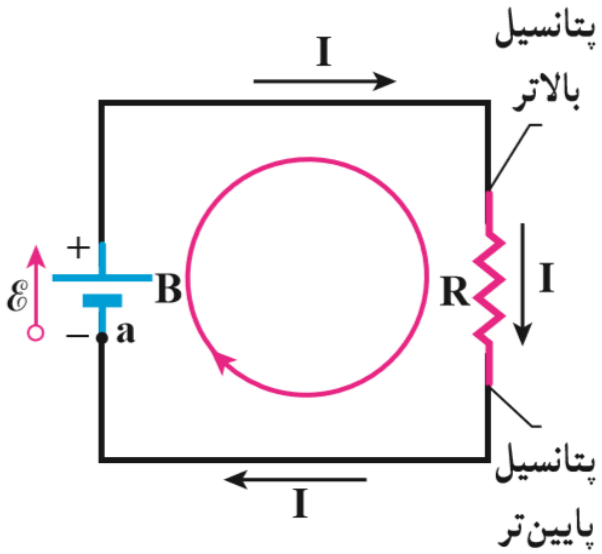


در مدارهای الکتریکی، منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی را به یکی از این دو صورت نمایش می‌دهند.

ولی منبع آرمانی در واقعیت وجود ندارد و این منابع دارای مقاومتی داخلی (درونی) هستند. یعنی درون آنها مقاومتی در برابر حرکت داخلی بارها وجود دارد. بنابراین، وقتی جریان از این منابع بگذرد اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های آنها برخلاف منابع آرمانی، متفاوت از نیروی محرکهٔ الکتریکی خواهد شد. به این منابع نیروی محرکه، منبع نیروی محرکهٔ واقعی می‌گویند و آنها را در مدارهای الکتریکی به دو صورت شکل نشان می‌دهند که در آن r مقاومت داخلی منبع نیروی محرکه است.

مدار تک حلقه ای و افت پتانسیل در مقاومت:

مدار ساده تک حلقه ای شکل را در نظر بگیرید. این مدار شامل باتری B با نیروی محرکه $\mathcal{E}$، مقاومت R، و دو سیم رابط است.اگر از نقطه a شروع کنیم نخست با باتری B مواجه می شویم. بنابراین، اگر مطابق شکل از پایانه منفی باتری به سمت پایانه مثبت آن حرکت کنیم برخلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کرده ایم و پتانسیل الکتریکی افزایش می یابد. بنابراین، تغییر پتانسیل در باتری آرمانی برابر با $+\mathcal{E}$ می شود. وقتی در طول سیم بالایی حرکت می کنیم، هیچ تغییر پتانسیلی وجود ندارد؛ زیرا در بستن مدارها از سیم های رابط با مقاومت ناچیز استفاده می شود و بنابراین می توان از تغییر پتانسیل در آنها چشم پوشی کرد. وقتی از مقاومت می گذریم پتانسیل طبق رابطه V=IR تغییر می کند، ولی توجه کنید پتانسیل باید کاهش یابد؛ زیرا ما از طرف پتانسیل بالاتر به سمت پتانسیل پایین تر حرکت کرده ایم. بنابراین، در شکل ما تغییر پتانسیل هنگام عبور از مقاومت برابر با $-IR$ است؛ یعنی اصطلاحاً در مقاومت افت پتانسیلی رخ می دهد. اگر با حرکت در طول سیم پایینی به نقطه a باز گردیم چون مقاومت این سیم نیز ناچیز است باز تغییر پتانسیل نخواهیم داشت. با بازگشت به نقطه aپتانسیل دوباره برابر با پتانسیل در نقطه a می شود؛ یعنی می توان نوشت:



مداری تک‌حلقه‌ای که در آن مقاومت R به دو سر باتری آرمانی B با نیروی محرکهٔ $\mathcal{E}$ بسته شده است. جریان I در کل مدار یکسان است.

$$V_a+\mathcal{E}-IR=V_a$$

و با حذف V_a از دو طرف معادلهٔ بالا به رابطهٔ زیر می‌رسیم :

$$\mathscr{E} - IR = 0$$

این رابطه نشان می‌دهد جمع جبری اختلاف پتانسیل‌ها در مدار تک‌حلقه‌ای سادهٔ ما برابر با صفر است.

توجه کنید که اگر حلقه را درخلاف جهت نشان داده شده در شکل دور می‌زدیم به رابطهٔ $-\mathscr{E} + IR = 0$ می‌رسیدیم که همان رابطهٔ بالاست. در حالت کلی جمع جبری اختلاف پتانسیل‌ها در هر حلقه ــ خواه مدار تک‌حلقه‌ای باشد یا چند حلقه‌ای ــ صفر است. به این قاعده، قاعدهٔ حلقه می‌گویند که اغلب به افتخار فیزیکدان آلمانی ***گوستاو رابرت کیرشهوف***، قاعدهٔ حلقه یا قانون ولتاژ کیرشهوف نامیده می‌شود.

قاعدهٔ حلقه : در هر دورزدن کامل حلقه‌ای از مدار، جمع جبری اختلاف پتانسیل‌های اجزای مدار باید برابرصفر باشد.

اکنون اگر باتری آرمانی مدار سادهٔ شکل **بالا** را با یک باتری واقعی که دارای مقاومت داخلی r است جایگزین کنیم ، با به‌کاربستن قاعدهٔ حلقه به رابطهٔ زیر می‌رسیم :

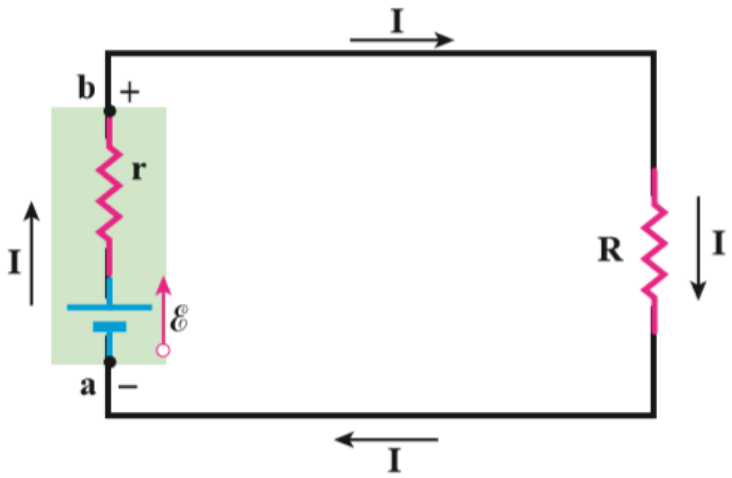
$$\mathscr{E} - Ir - IR = 0$$

همچنین می‌توانیم اختلاف پتانسیل دوسر باتری را نیز به‌دست آوریم. اگر از نقطهٔ a در جهت جریان I به سمت نقطهٔ b حرکت کنیم می‌توانیم با درنظر گرفتن اختلاف پتانسیل‌ها رابطهٔ زیر را بنویسیم :

$$V_a + \mathscr{E} - Ir = V_b$$

و یا

$$V_b - V_a = \mathscr{E} - Ir$$



مدار تک‌حلقه‌ای که باتری آرمانی آن با یک باتری واقعی جایگزین شده است.

همان‌طور که دیدیم در رابطهٔ **بالا** ، $\mathscr{E}$ نیروی محرکهٔ باتری و Ir افت پتانسیل درون باتری است.

مثال

در مدار شکل **بالا** فرض کنید $\mathscr{E} = ۱۲V$ $r = ۲/۰\Omega$ و $R = ۴/۰\Omega$ باشد.

الف) جریان عبوری از مدار چقدر است؟

ب) اختلاف پتانسیل دوسر باتری را محاسبه کنید.

پاسخ : براساس آنچه که در متن درس آمده است، در حل مسئله‌های مدار تک‌حلقه‌ای همواره دو دستورالعمل زیر را به‌کار می‌بندیم :

۱ــ هرگاه در مدار در جهت جریان از مقاومت R یا r بگذریم، پتانسیل به اندازهٔ IR یا Ir کاهش می‌یابد و اگر در خلاف جهت جریان حرکت کنیم پتانسیل به همان اندازه‌ها افزایش می‌یابد.

۲ــ جهت نیروی محرکهٔ الکتریکی باتری‌ها همواره از پایانهٔ منفی به طرف پایانهٔ مثبت است، بنابراین هرگاه از پایانهٔ منفی به طرف پایانهٔ مثبت حرکت کنیم پتانسیل به اندازهٔ نیروی محرکهٔ الکتریکی باتری افزایش می‌یابد و اگر در خلاف این جهت (یعنی از پایانهٔ مثبت به منفی) حرکت کنیم پتانسیل به اندازهٔ نیروی محرکهٔ باتری کاهش می‌یابد.

الف) اگر مدار را در جهت جریان نشان داده شده بپیماییم براساس آنچه گفته شد، در یک حلقهٔ کامل با استفاده از قاعدهٔ حلقه داریم :

$$\mathscr{E} - Ir - IR = ۰$$

و در نتیجه :

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r} = \frac{۱۲V}{۴/۰\Omega + ۲/۰\Omega} = ۲/۰A$$

ب) اختلاف پتانسیل دوسر باتری برابر است با :

$$V_b - V_a = \mathscr{E} - Ir = ۱۲V - (۲/۰A)(۲/۰\Omega) = ۸V$$

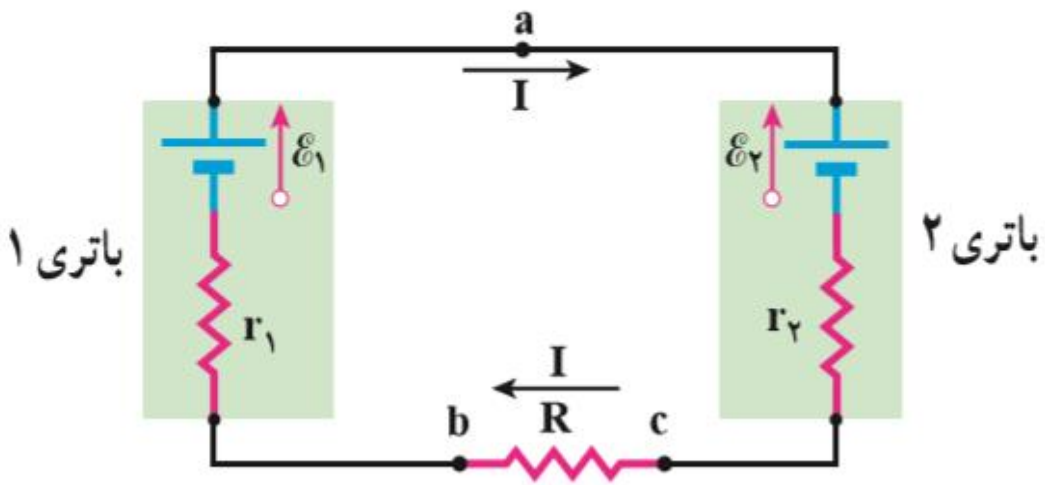
مثال

مدار شکل روبه‌رو را درنظر بگیرید. مقادیر نیروهای محرکهٔ الکتریکی و مقاومت‌های مدار عبارت‌اند از :

$\mathscr{E}_1 = 8/0\,V$، $\mathscr{E}_2 = 2/0\,V$، $r_1 = 2/0\,\Omega$، $r_2 = 1/5\,\Omega$ و $R = 8/5\,\Omega$

الف) جریان عبوری از مدار چقدر است؟

ب) اختلاف پتانسیل دوسر باتری‌های ۱ و ۲ را محاسبه کنید.



پاسخ : الف) با استفاده از دستورالعمل‌های حل مدارهای تک حلقه‌ای مسئله را حل می‌کنیم. گرچه لازم نیست که جهت جریان I را بدانیم، ولی می‌توانیم آن را با مقایسهٔ نیروهای محرکهٔ الکتریکی دو باتری تعیین کنیم؛ چون $\mathscr{E}_1 > \mathscr{E}_2$ است جهت جریان را باتری ۱ تعیین می‌کند. بنابراین، جهت جریان مطابق شکل، ساعتگرد است. در نتیجه با حرکت پاد ساعتگرد از نقطهٔ a داریم :

$$V_a - \mathscr{E}_1 + Ir_1 + IR + Ir_2 + \mathscr{E}_2 = V_a$$

و از آنجا

$$I = \frac{\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2}{r_1 + R + r_2} = \frac{8/0V - 2/0V}{2/0\Omega + 8/5\Omega + 1/5\Omega} = 0/50A$$

ب) اختلاف پتانسیل بین دوسر باتری ۱ را با حرکت از نقطهٔ b به سمت نقطهٔ a به‌دست می‌آوریم :

$$V_b - Ir_1 + \mathscr{E}_1 = V_a$$

در نتیجه

$$V_a - V_b = \mathscr{E}_1 - Ir_1 = 8/0V - (0/50A)(2/0\Omega) = 7/0V$$

و برای محاسبهٔ اختلاف پتانسیل دوسر باتری ۲ از نقطهٔ c به سمت نقطهٔ a حرکت می‌کنیم :

$$V_c + Ir_۲ + \mathscr{E}_۲ = V_a$$

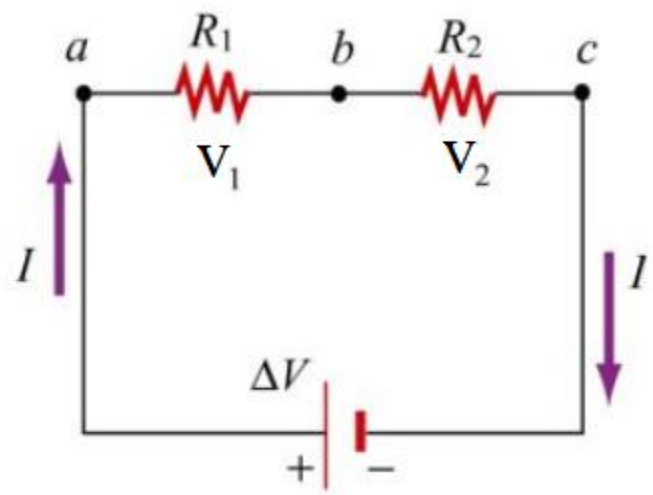
در نتیجه

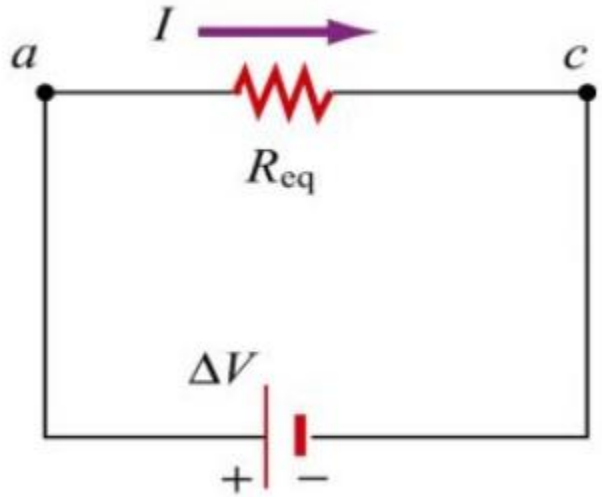
$$V_a - V_c = \mathscr{E}_۲ + Ir_۲ = ۲/۰V + (۰/۵۰A)(۱/۵\Omega) = ۲/۸V$$

یک مثال عملی از چنین مسئله‌ای شارژ شدن باتری خودرو (باتری ۲) توسط یک مولّد خارجی (باتری ۱) است.

به هم بستن متوالی مقاومت ها

مدار زیر مقاومت R_1 و R_2 را نشان می‌دهد که به صورت سری به یکدیگر متصل شده‌اند.





$$\Delta V = V_۱ + V_۲ \rightarrow IR_{eq} = I_۱R_۱ + I_۲R_۲ \xrightarrow{I=I_۱=I_۲} IR_{eq} = IR_۱ + IR_۲$$

$$R_{eq} = R_۱ + R_۲$$

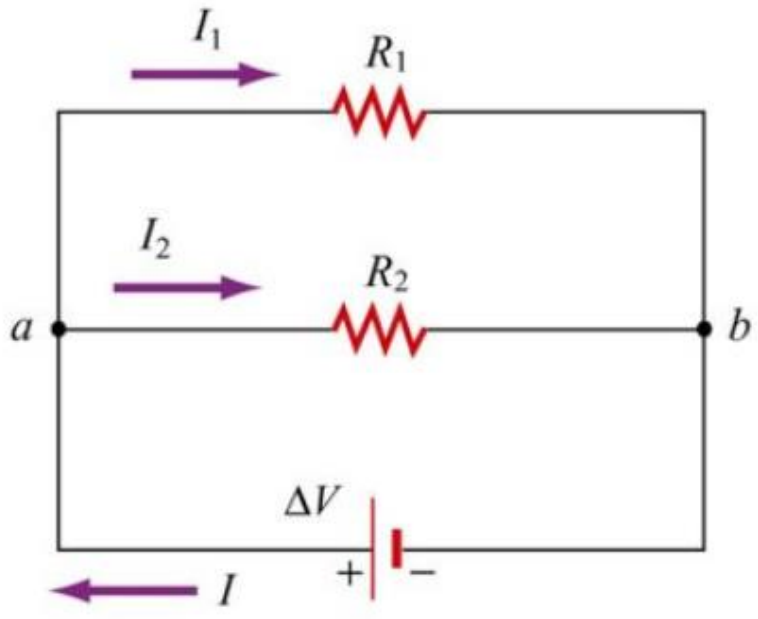
اگر به جای سه مقاومت، n مقاومت متوالی داشته باشیم مقاومت معادل آنها از رابطه زیر به دست می آید:

$$R_{eq} = R_۱ + R_۲ + R_۳ + \cdots + R_n$$

توجه کنید وقتی مقاومت ها به طور متوالی بسته شده اند مقاومت معادل آنها بزرگ تر از مقاومت هریک از آنها است

به هم بستن موازی مقاومت ها

مداری را مطابق با شکل زیر در نظر بگیرید. همان‌طور که می‌بینید دو مقاومت R_1 و R_2 به اختلاف پتانسیلی یکسان متصل هستند؛ به اتصالی که در آن چندین المان به یک اختلاف پتانسیل وصل شده باشند، اتصال موازی گفته می‌شود.



با توجه به نحوه اتصال مقاومت‌ها می‌توان دید که جریان ورودی به مقاومت‌ها، بین آن‌ها تقسیم می‌شود. از طرفی هریک از این مقاومت‌ها از قانون اهم نیز پیروی می‌کنند؛ در نتیجه می‌توان اختلاف پتانسیل دوسر آن‌ها را به صورت $\Delta V_۱ = I_۱ R_۱$, $\Delta V_۲ = I_۲ R_۲$ محاسبه کرد. از طرفی با توجه به این‌که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با یکدیگر برابر است، می‌توان قانون پایستگی جریان را به شکل زیر ارائه داد.

$$I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} = \Delta V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$\mathbf{I}$ جریان ورودی به دو مقاومت و $\mathbf{I}_1$ و $\mathbf{I}_2$ نشان دهنده جریان‌های مقاومت‌های ۱ و۲ هستند. همانند حالت سری در این نوع از اتصال نیز می‌توان دو مقاومت را با استفاده از یک مقاومت معادل جایگزین کرد. با این فرض می‌توان گفت:

$$\Delta V = I R_{eq}$$

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲}$$

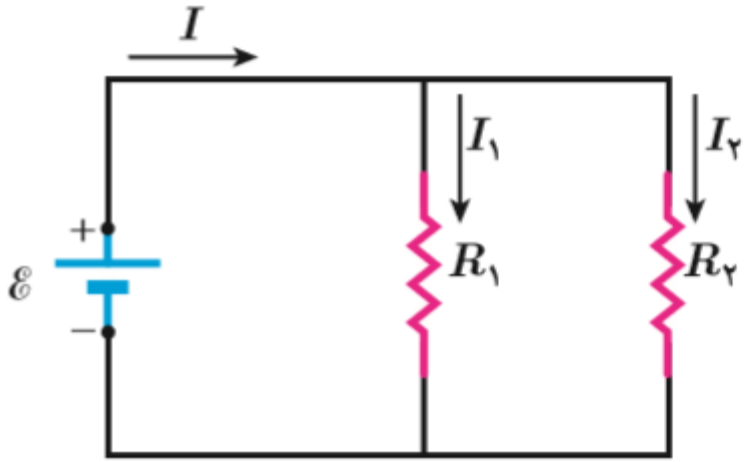
نکته:

به طور مشابه در حالتی که N مقاومت به طور موازی به یکدیگر متصل شده باشند، مقاومت معادل برابر است با:

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_{۱}} + \frac{۱}{R_{۲}} + \ldots + \frac{۱}{R_{N}}$$

توجه کنید وقتی مقاومت ها به طور موازی بسته شده اند مقاومت معادل آنها کمتر از مقاومت هریک از آنها است.

مثال



در شکل روبه‌رو، یک باتری آرمانی اختلاف پتانسیل $\mathscr{E}=۱۲\,\mathrm{V}$ را به دو سر مقاومت‌های $R_۱=۴/۰\,\Omega$ و $R_۲=۶/۰\,\Omega$ اعمال می‌کند. الف) جریان عبوری از هر مقاومت و ب) جریانی که از باتری می‌گذرد چقدر است؟

پاسخ : مطابق شکل جریان عبوری از باتری، مقاومت $R_۱$، و مقاومت $R_۲$ را به ترتیب با I، $I_۱$ و $I_۲$ نشان داده‌ایم.

الف) بدیهی است که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ برابر با اختلاف پتانسیل باتری است. بنابراین داریم :

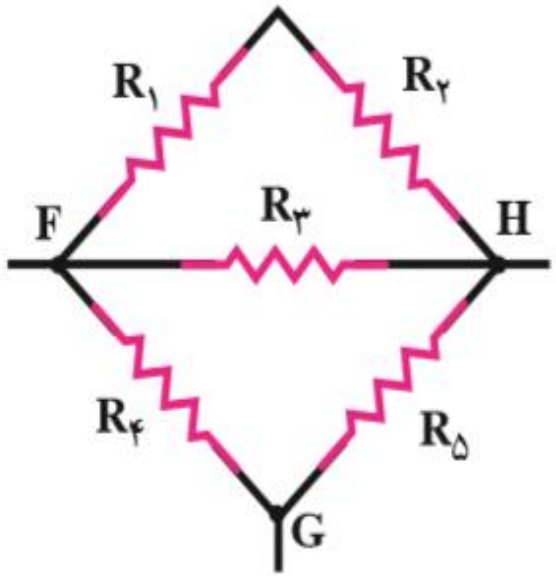
$$V_۱ = \mathscr{E} = I_۱R_۱ \Rightarrow I_۱ = \frac{\mathscr{E}}{R_۱} = \frac{۱۲\,\mathrm{V}}{۴/۰\,\Omega} = ۳/۰\,\mathrm{A}$$

$$V_۲ = \mathscr{E} = I_۲R_۲ \Rightarrow I_۲ = \frac{\mathscr{E}}{R_۲} = \frac{۱۲\,\mathrm{V}}{۶/۰\,\Omega} = ۲/۰\,\mathrm{A}$$

ب) و برای جریان عبوری از باتری داریم :

$$I = I_۱ + I_۲ = ۳/۰\,\mathrm{A} + ۲/۰\,\mathrm{A} = ۵/۰\,\mathrm{A}$$

مثال:



شکل روبه‌رو پنج مقاومت ۵/۰۰ اهمی را نشان می‌دهد. مقاومت معادل بین نقطه‌های (الف) F و H و (ب) F و G را بیابید.

پاسخ : الف) مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ متوالی‌اند و مقاومت معادل آنها خود با مقاومت $R_۳$ موازی است. همین‌طور مقاومت‌های $R_۴$ و $R_۵$ متوالی‌اند و مقاومت معادل آنها با مقاومت معادل سه مقاومت بالا موازی است. بنابراین، برای مقاومت معادل کل مدار بین نقطه‌های F و H داریم :

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_{۱۲}}+\frac{۱}{R_۳}+\frac{۱}{R_{۴۵}}=\frac{۱}{۵/۰۰\Omega+۵/۰۰\Omega}+\frac{۱}{۵/۰۰\Omega}+\frac{۱}{۵/۰۰\Omega+۵/۰۰\Omega}$$

$$=\frac{۲}{۵/۰۰\Omega}=۰/۴۰۰\Omega^{-۱}$$

در نتیجه

$$R_{eq} = \frac{۱}{۰/۴۰۰\Omega^{-۱}} = ۲/۵۰\Omega$$

ب) اکنون همچون قسمت الف، $R_۱$ و $R_۲$ متوالی‌اند و مقاومت معادل آنها نیز با $R_۳$ موازی است؛ ولی در اینجا مقاومت معادل این سه مقاومت با مقاومت $R_۵$ متوالی و مقاومت معادل کل آنها با مقاومت $R_۴$ موازی است. بنابراین برای مقاومت معادل کل داریم :

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۴} + \frac{۱}{R_{۱۲۳۵}} \qquad (۱)$$

که در آن $R_{۱۲۳۵}$ خود برابر است با

$$R_{۱۲۳۵} = R_{۱۲۳} + R_۵ \qquad (۲)$$

و $R_{۱۲۳}$ خود از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

(۲)

$$R_{۱۲۳۵} = R_{۱۲۳} + R_{۵}$$

و $R_{۱۲۳}$ خود از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

$$\frac{۱}{R_{۱۲۳}} = \frac{۱}{R_{۱۲}} + \frac{۱}{R_{۳}} = \frac{۱}{۵/۰۰\Omega + ۵/۰۰\Omega} + \frac{۱}{۵/۰۰\Omega} = \frac{۳}{۱۰/۰۰\Omega}$$

در نتیجه

$$R_{۱۲۳} = \frac{۱۰/۰۰}{۳}\Omega = ۳/۳۳\Omega$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ (۲) داریم :

$$R_{۱۲۳۵} = ۳ / ۳۳\Omega + ۵ / ۰ ۰\Omega = ۸ / ۳۳\Omega$$

که با قرار دادن در رابطهٔ (۱)، R_{eq} را چنین به‌دست می‌دهد :

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{۵ / ۰ ۰\Omega} + \frac{۱}{۸ / ۳۳\Omega} = ۰ / ۳۲ ۰\Omega^{-۱}$$

و در نتیجه

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{۰ / ۳۲ ۰\Omega^{-۱}} = ۳ / ۱۲\Omega$$

قوانین کیرشهف

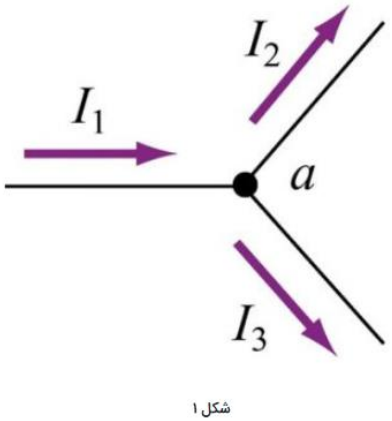
به‌منظور تحلیل مدارهای الکتریکی، دو قانون اصلی وجود دارد:

1.قانون گره

2.قانون حلقه

این قوانین توسط «گوستاو روبرت کیرشهف» فیزیکدان معروف آلمانی ارائه شده؛ از این رو آن‌ها را تحت عنوان قوانین کیرشهف می‌شناسند. در ادامه هر کدام از این قوانین را بطور جداگانه توضیح خواهیم داد.

قانون گره



شکل ۱

به‌منظور توضیح این قانون، مطابق با شکل مقابل بخشی از یک مدار را در نظر بگیرید که در آن یک گره، نقطه اتصال چند مسیر مختلف است. هرکدام از این شاخه‌ها جریانی را در خود دارند که دارای جهت خاصی نیز هستند. با توجه به این فرضیات، قانون گره بیان می‌کند که مجموع جریان‌های ورودی به یک گره برابر با جمع جریان‌های خروجی از آن است. برای نمونه قانون گره برای شکل ۱ به صورت زیر قابل نوشتن است.

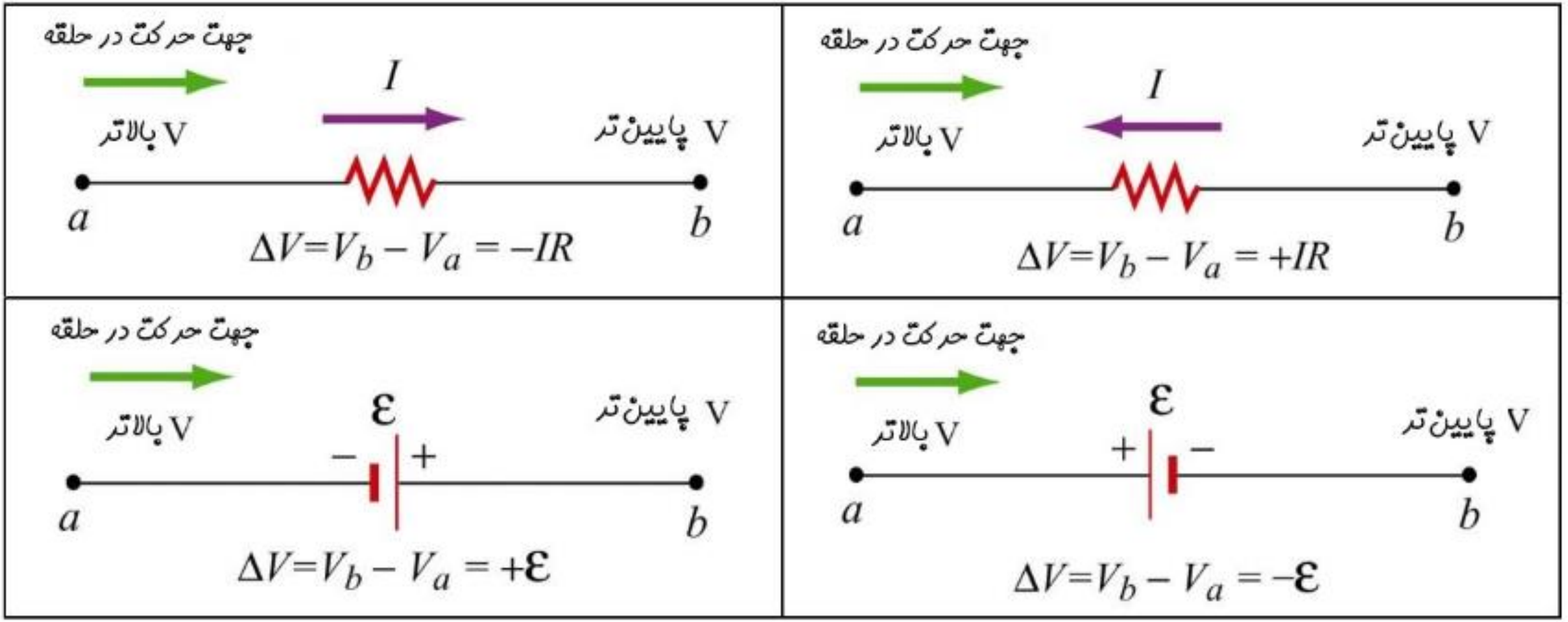
$$I_1 = I_2 + I_3$$

قانون حلقه

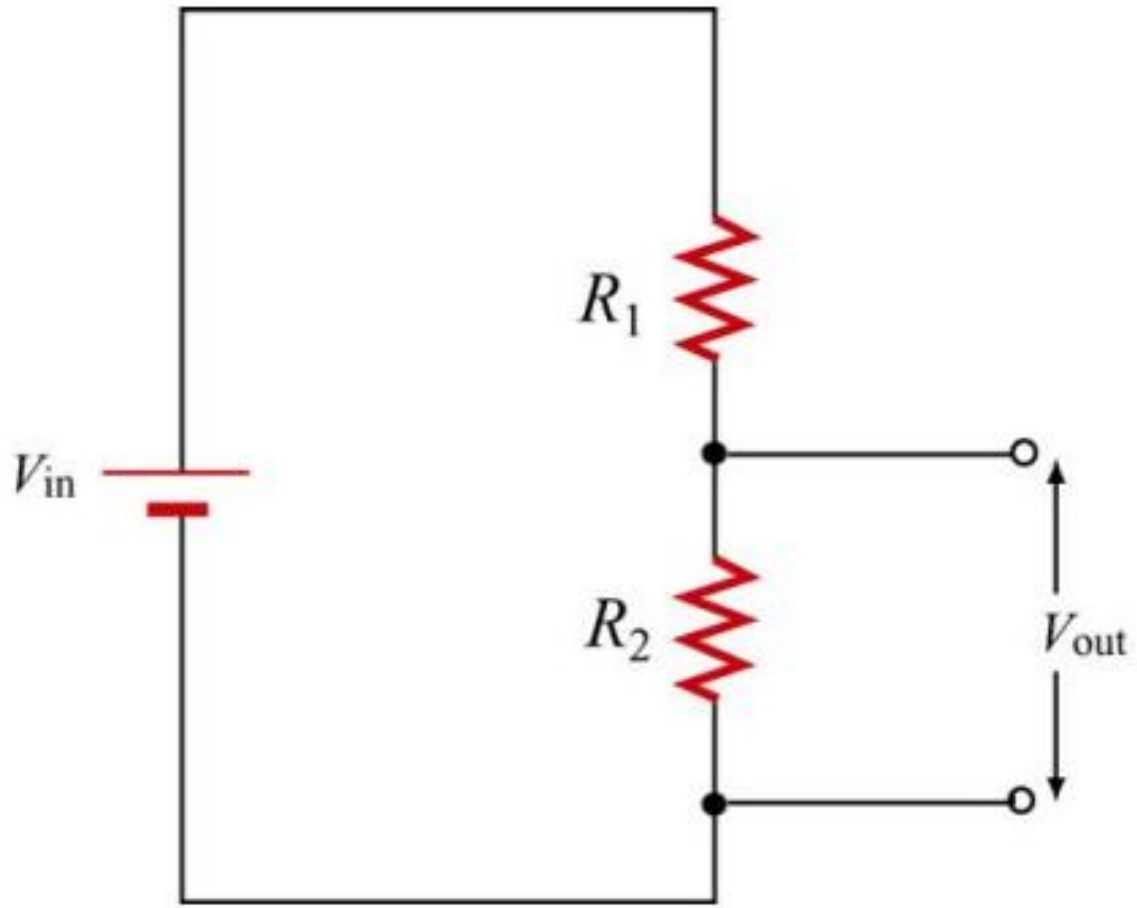
این قانون بیان می‌کند که جمع اختلاف پتانسیلِ تمامی اجزاء یک مدار برابر با صفر است.

$$\Delta V_1 + \Delta V_2 + \ldots = 0$$

برای جمع زدن ولتاژها می‌توان به‌طور ساعتگرد یا پادساعتگرد در یک حلقه حرکت کرد. توجه داشته باشید، بسته به این‌که در چه جهتی حرکت می‌کنیم، علامت اختلاف پتانسیل‌های اضافه شده می‌تواند مثبت یا منفی باشد. بایستی بدانید که در هر دو حالت به یک نتیجه خواهید رسید. در جدول زیر این حالت‌ها بیان شده است.



برای نمونه مداری را مطابق با شکل زیر در نظر بگیرید.



شکل ۲

قانون حلقه برای مدار شکل ۲ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$V_{\text{ورودی}} - IR_1 - IR_2 = 0$$

با توجه به رابطه بالا، جریان ایجاد شده در این مدار برابر است با:

$$I = \frac{V_{\text{ورودی}}}{R_1 + R_2}$$

جریانی که در بالا بدست آمده در تمامی حلقه ثابت است؛ بنابراین جریان عبوری از مقاومت $R_۲$ نیز برابر با I است. با استفاده از قانون اُهم، ولتاژ دو سر مقاومت R۲ – یا همان V_{out} نشان داده شده در شکل ۲ – برابر است با:

$$V_{\text{خروجی}} = IR_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{\text{ورودی}}$$

با استفاده از این دو قانون می‌توان جریان و ولتاژ را در اکثر مدارهای الکتریکی بدست آورد.

استراتژی حل مسئله

1.در ابتدا اجزاء مدار را شماره‌گذاری کرده و جریان‌ها و پتانسیل‌های معلوم و مجهول را مشخص کنید. نهایتا تعداد مجهولات موجود در مسئله برابر با تعداد معادلات خطی و مستقل بدست آمده خواهد بود.

2.برای هر شاخه جهتی فرضی را در نظر بگیرید. جریانی که منفی بدست می‌آید به این معنی است که جهت جریان مذکور، عکس جهت جریان در نظر گرفته شده است.

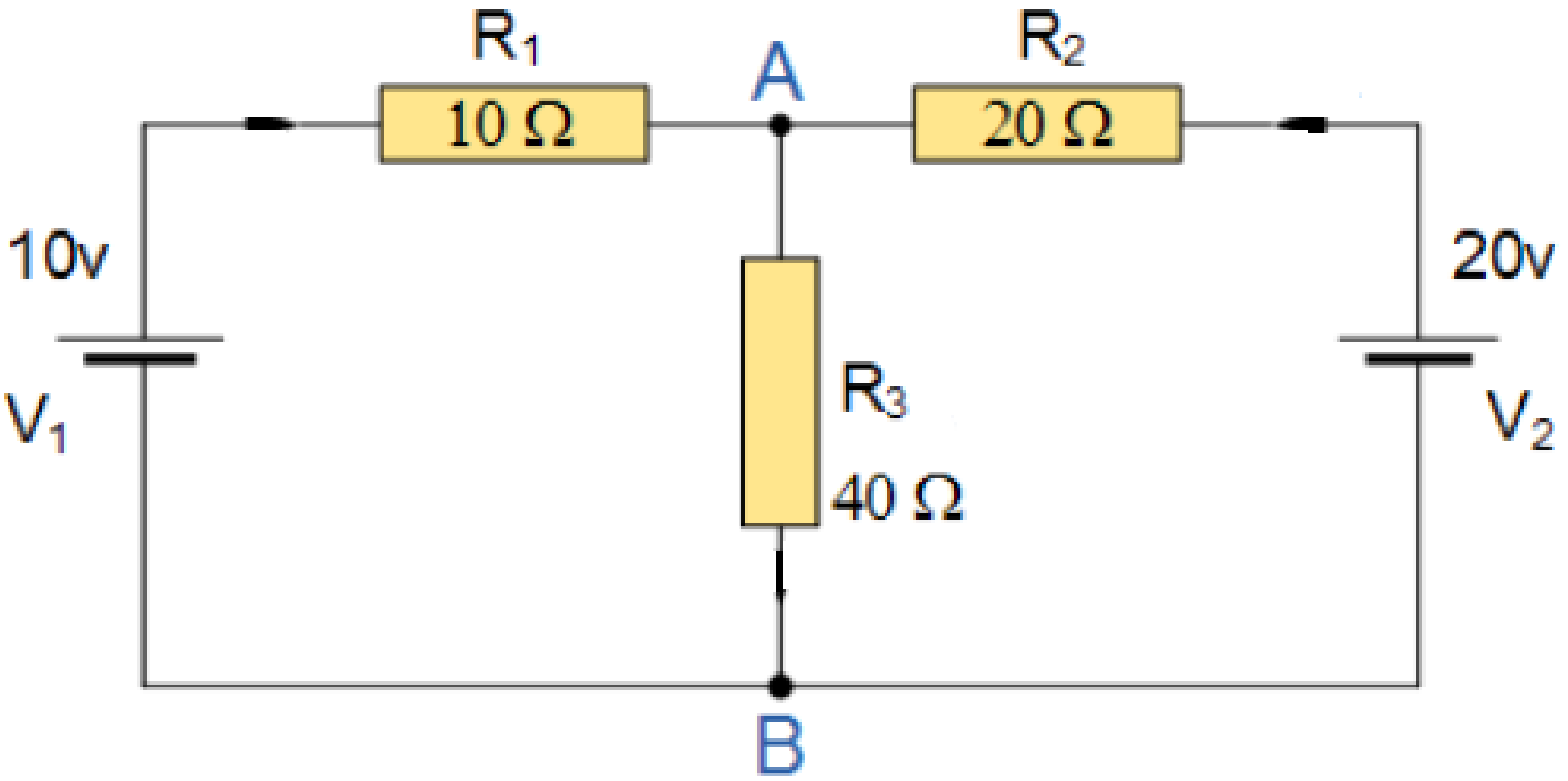
3.قانون گره را برای تمامی گره‌ها به جزء یکی از آن‌ها اعمال کنید.

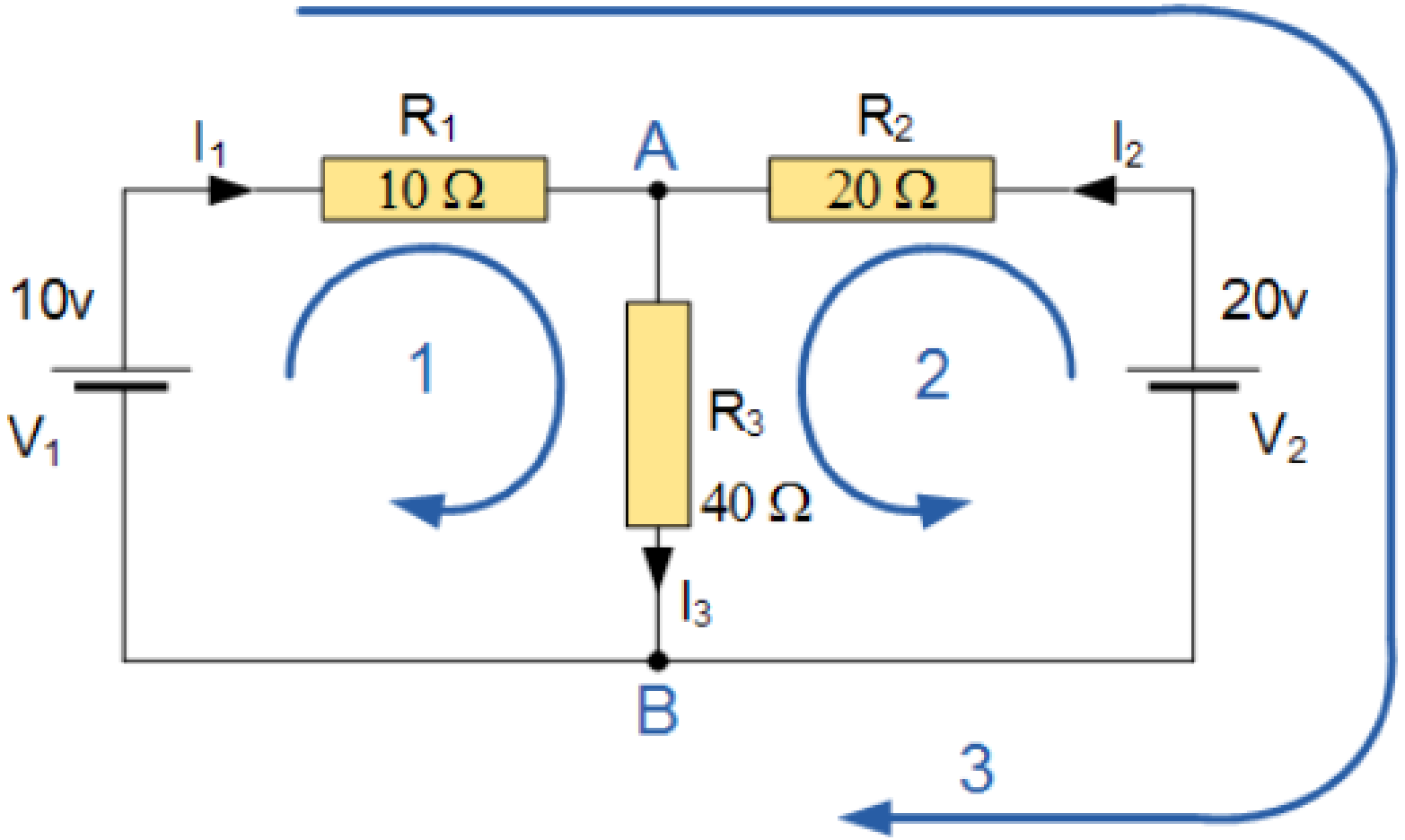
4.قانون حلقه را تا جایی بنویسید که تعداد مجهولات برابر با تعداد معادلات مستقل از هم شود. برای نمونه اگر سه مجهول وجود داشته باشد، بایستی نهایتا به سه معادله مستقل دست یابیم.

5.در مرحله آخر با توجه به برابر بودن تعداد معادلات و تعداد مجهولات، مسئله قابل حل است.

مثال

در مدار شکل زیر، جریان گذرنده از مقاومت R_3 را به دست آورید.





یک مدار مقاومتی

مدار ۳ شاخه، ۲ گره (A و B) و ۲ حلقه مستقل دارد. با استفاده از قانون جریان کیرشهف، معادلات زیر را داریم:

- در گره A: $I_1 + I_2 = I_3$
- در گره B: $I_3 = I_1 + I_2$

قانون ولتاژ کیرشهف نیز منجر به معادلات زیر می‌شود:

- حلقه ۱: $10 = R_1 I_1 + R_3 I_3 = 10 I_1 + 40 I_3$
- حلقه ۲: $20 = R_2 I_2 + R_3 I_3 = 20 I_2 + 40 I_3$
- حلقه ۳: $10 - 20 = 10 I_1 - 20 I_2$

از آنجایی که I_3 برابر با مجموع $I_1 + I_2$ است، معادلات فوق را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

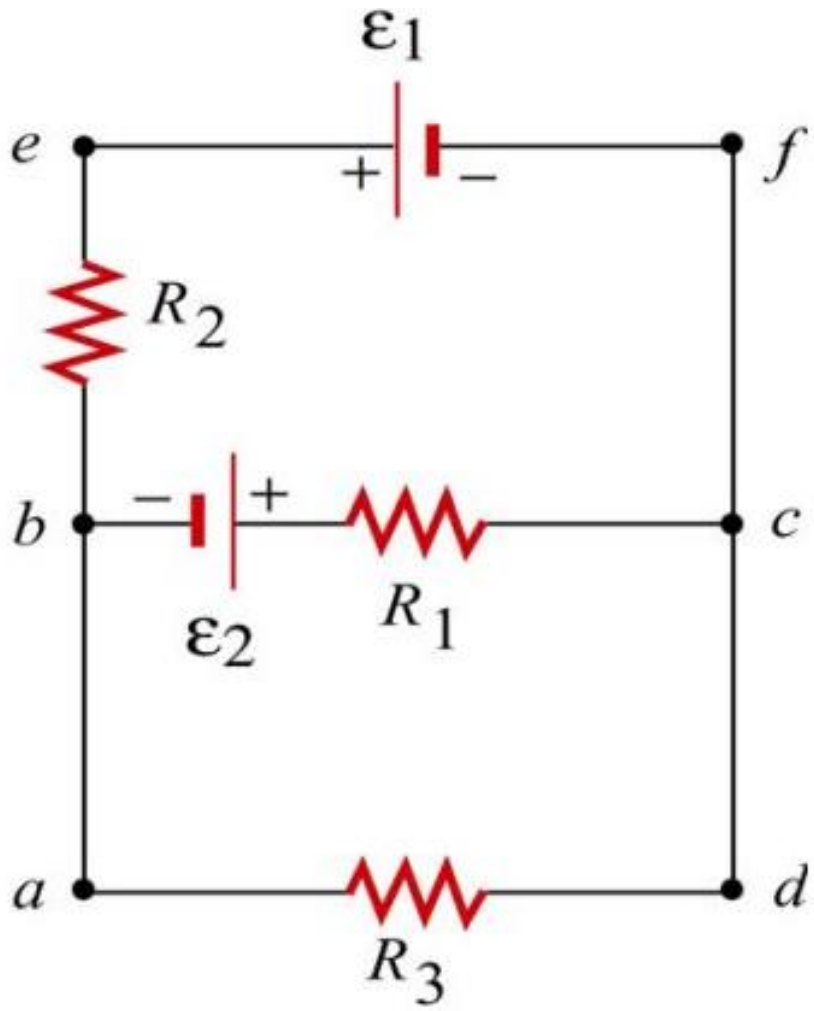
- معادله اول: $10 = 10 I_1 + 40 (I_1 + I_2) = 50 I_1 + 40 I_2$
- معادله دوم: $20 = 20 I_2 + 40 (I_1 + I_2) = 40 I_1 + 60 I_2$

اکنون دو معادله داریم که می‌توانیم با استفاده از آن‌ها I_1 و I_2 را به دست آوریم. اگر محاسبات لازم را انجام دهیم، مقدار $I_1 = -0.143$ و $I_2 = +0.429$ آمپر به دست می‌آیند و از آن‌جایی که $I_3 = I_1 + I_2$، مقدار $I_3 = 0.286 A$ است. ولتاژ دو سر مقاومت R_3 نیز برابر است با: $0.286 \times 40 = 11.44 V$.

> علامت منفی جریان I_1 به این معنی است که جهت اولیه جریان برای این حلقه اشتباه انتخاب شده بود. در حقیقت، باتری ۲۰ باتری ۱۰ ولتی را شارژ می‌کند.

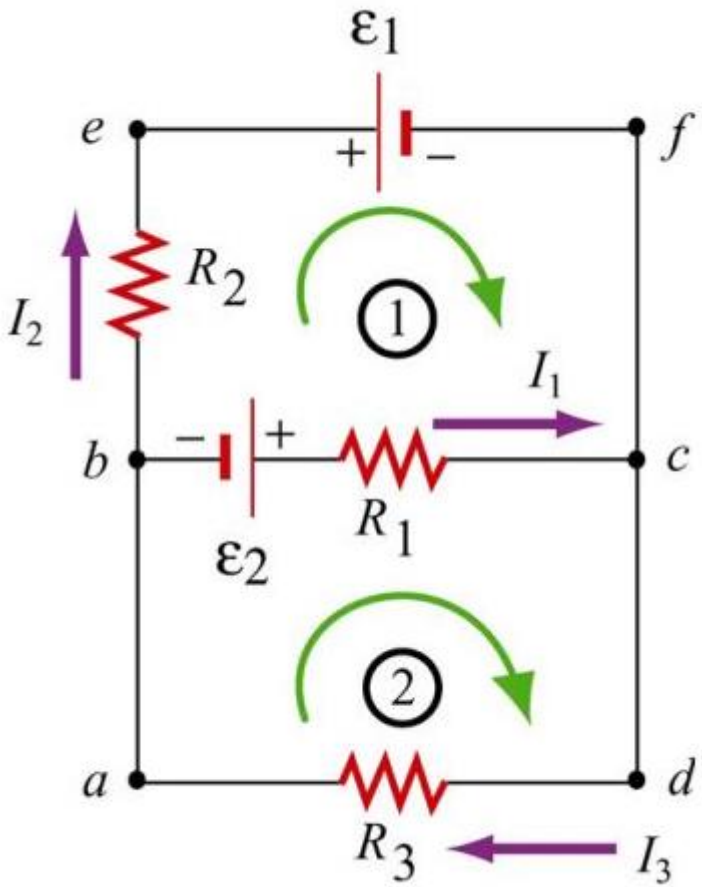
مثال

مداری را مطابق با شکل زیر در نظر بگیرید. جریان عبوری از مقاومت‌ها چقدر است؟



همان‌طور که در بالا بیان شد در قدم اول بایستی مجهولات معادله را معلوم کنیم. مجهولات در این معادلات برابر با I_3 ، I_2 ، I_1 هستند؛ از این رو بایستی نهایتا ۳ معادله مستقل از هم نوشته شود.

در قدم دوم جهت‌های فرضی ا را برای هرکدام از شاخه‌ها مطابق با شکل زیر تعیین کنید. [جهت‌های نشان داده شده در شکل زیر، فرضی هستند و شما می‌توانید به صورتی متفاوت آن‌ها را تصور کنید].



در قدم سوم با اعمال قانون گره در نقطه b داریم:

$$I_1 + I_2 = I_3$$

توجه داشته باشید که اگر قانون گره در نقطه c نوشته شود نیز به معادله بالا خواهیم رسید.

بنابراین می‌بینید که در قدم سوم تنها یک معادله بدست آمد و این در حالی است که ما با ۳ مجهول مواجه هستیم. جهت نوشتن دو معادله دیگر می‌توان قانون حلقه را در حلقه‌های شماره ۱ و ۲ نوشت. در بالا بیان کردیم که مجموع اختلاف پتانسیل‌ها در یک حلقه برابر با صفر هستند؛ بنابراین برای حلقه شماره ۱ یا befcb، می‌توان نوشت:

$$-I_2R_2 - \varepsilon_1 + I_1R_1 - \varepsilon_2 = 0$$

رابطه ۱

به همین صورت این قانون برای حلقه شماره ۲ (حلقه abcda) به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\varepsilon_2 - I_1R_1 - I_3R_3 = 0$$

رابطه ۲

توجه داشته باشید که می‌توان قانون حلقه را برای تمامی مدار (حلقه abefcda) به شکل زیر بیان کرد:

$$-I_2R_2-\varepsilon_1-I_3R_3=0$$

رابطه بالا جمع رابطه ۱ و ۲ است؛ بنابراین نمی‌توان آن را به‌صورت معادله‌ای مستقل در نظر گرفت.

در قدم آخر بایستی سه معادله بدست آمده را حل کرده و می‌توان مجهولات مسئله را یافت؛ بنابراین پس از حل این ۳ معادله به پاسخ‌های زیر دست خواهیم یافت.

$$I_1=\frac{\varepsilon_1R_3+\varepsilon_2R_3+\varepsilon_2R_2}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$$

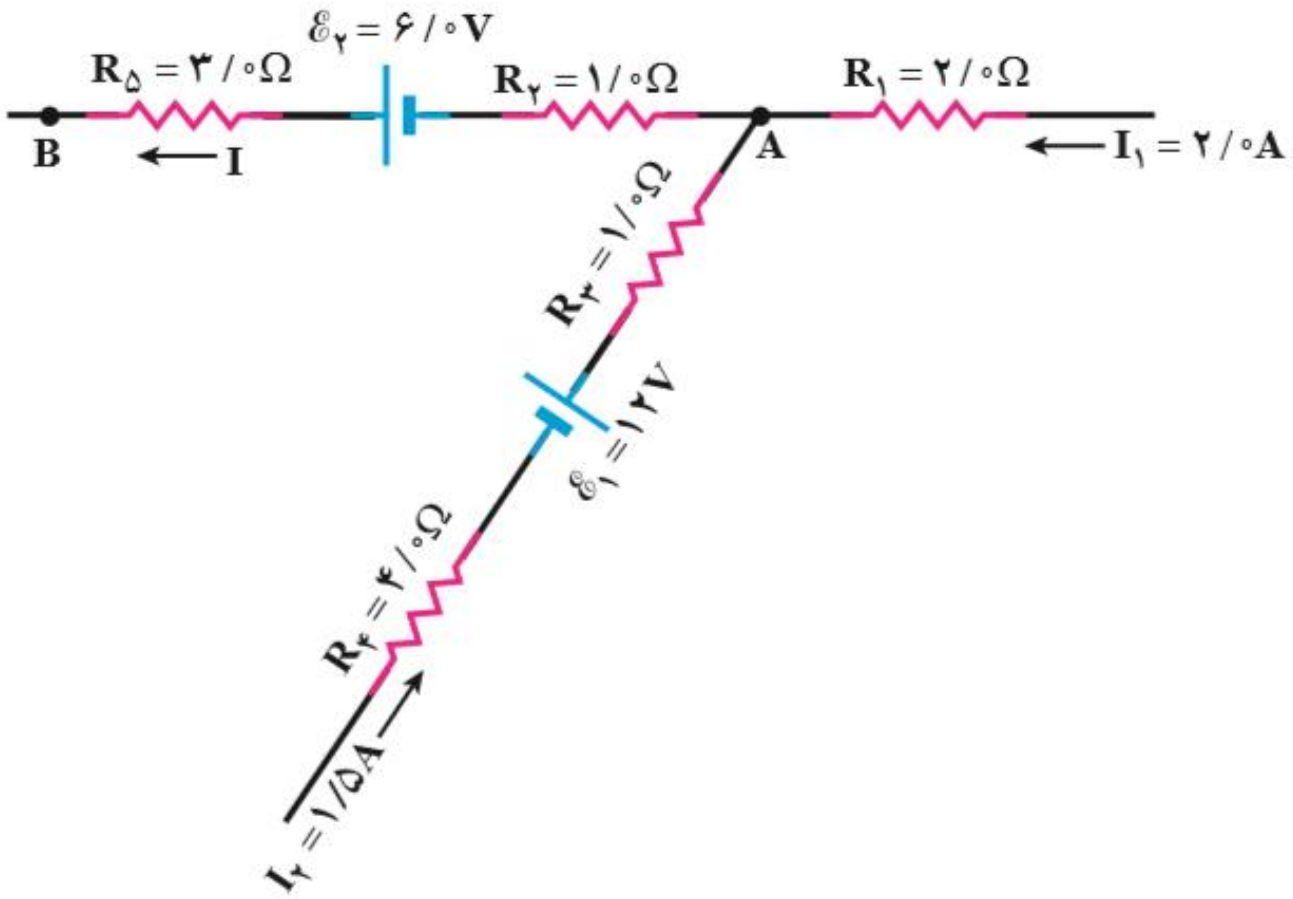
$$I_2 = -\frac{\varepsilon_1 R_1 + \varepsilon_1 R_3 + \varepsilon_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

$$I_3 = \frac{\varepsilon_2 R_2 - \varepsilon_1 R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

مثال:

شکل روبه‌رو قسمتی از یک مدار را نشان می‌دهد.

$V_A - V_B$ را محاسبه کنید.



پاسخ : با استفاده از قانون انشعاب در نقطهٔ A داریم :

$$I = I_1 + I_2 = 2/0A + 1/5A = 3/5A$$

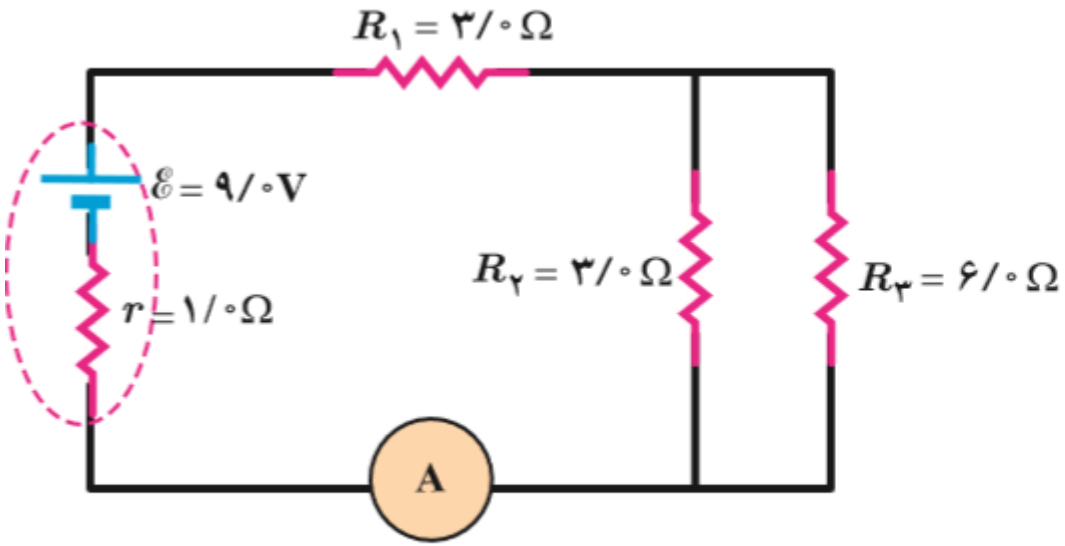
از طرفی برای با حرکت در جهت جریان I از نقطهٔ A به B داریم :

$$V_A - IR_2 + \mathscr{E}_2 - IR_5 = V_B$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = I(R_2 + R_5) - \mathscr{E}_2$$

$$= (3/5A)(1/0\Omega + 3/0\Omega) - 6/0V = 8/0V$$

تمرین۱:



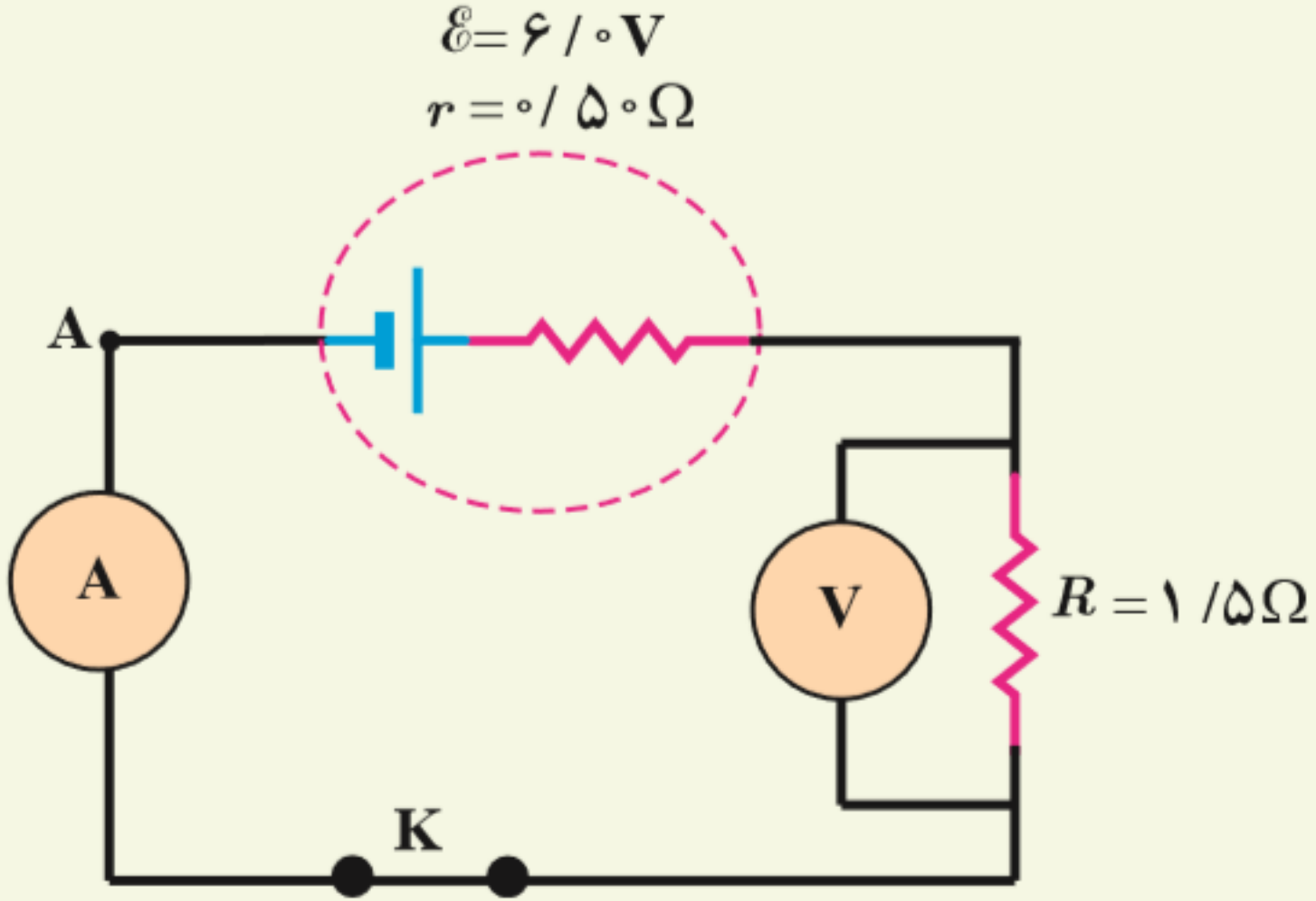
در مدار شکل روبه‌رو

الف) مقاومت معادل،

ب) جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد، و

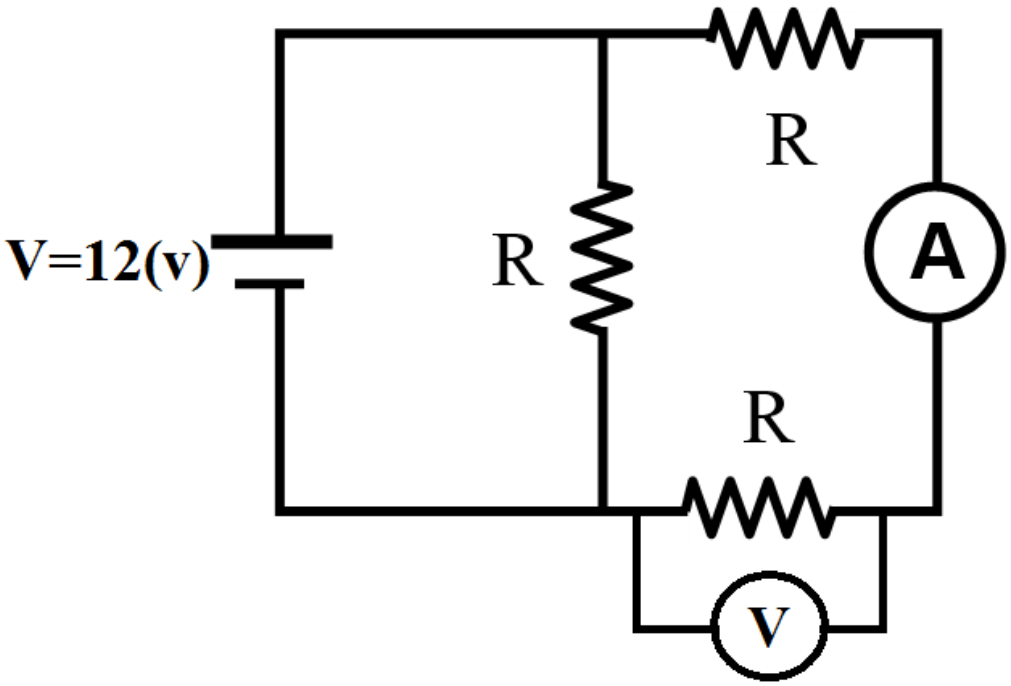
پ) جریان گذرنده از مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ را محاسبه کنید.

تمرین۲: در شکل زیر آمپرسنج و ولت‌سنج چه عددهایی را نشان می‌دهند؟



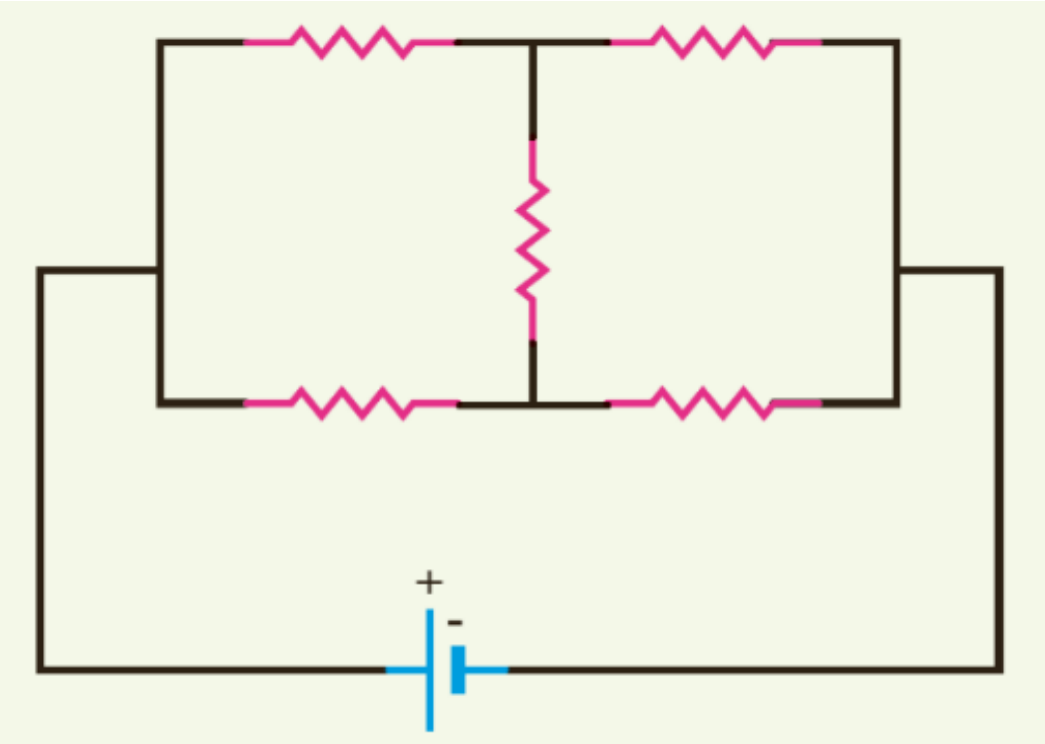
تمرین۳:

در مدار مشخص شده در شکل مقابل، هر یک از مقاومتها برابر با ۳ اهم است.
الف)مقاومت معادل را محاسبه نمائید؟
ب)آمپرسنج چه عددی را نشان می‌دهد؟
ج)ولت‌متر چه عددی را نشان می‌دهد؟



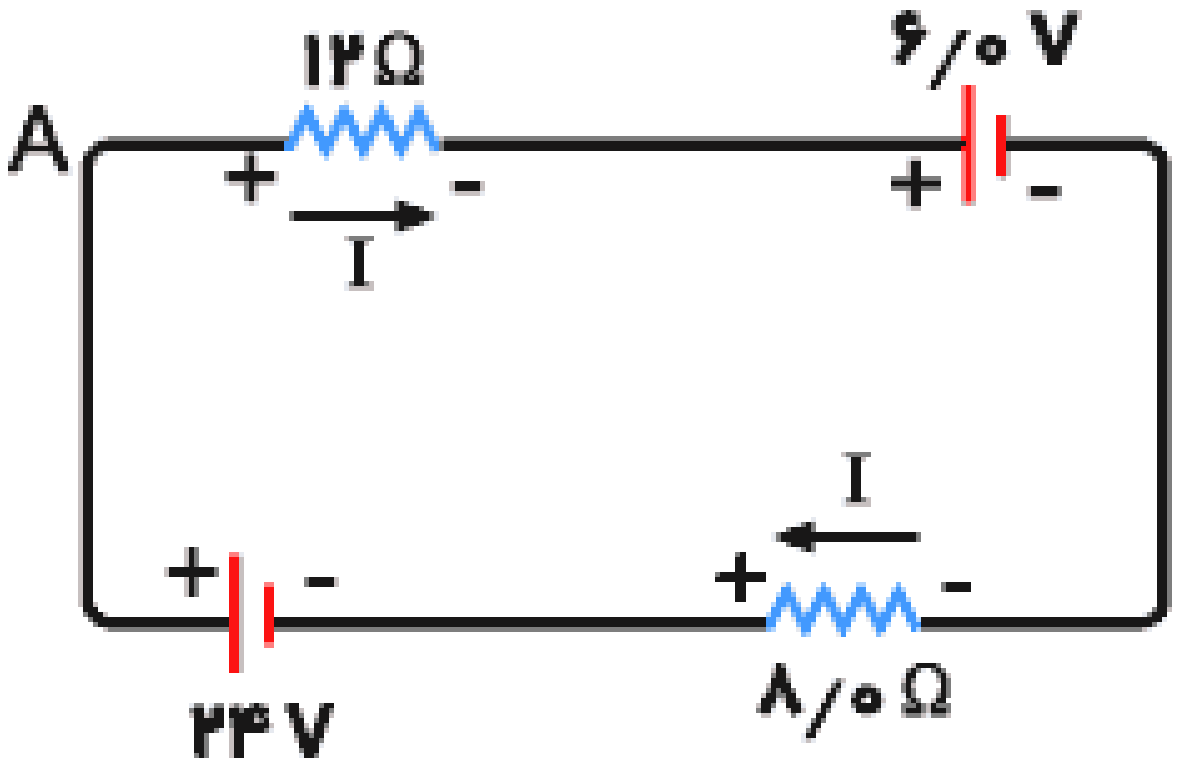
تمرین۴:

در شکل مقابل ۵ مقاومت ۴ اهمی در مدار قرار گرفته اند. ظرفیت مقاومت معادل را به دست آورید؟



تمرین۵:

شکل زیر مداری را نشان می‌دهد که در آن دو باتری و دو مقاومت در مداری قرار گرفته اند. اندازه جریان این مدار به دست آورید.



موفق و پیروز باشید