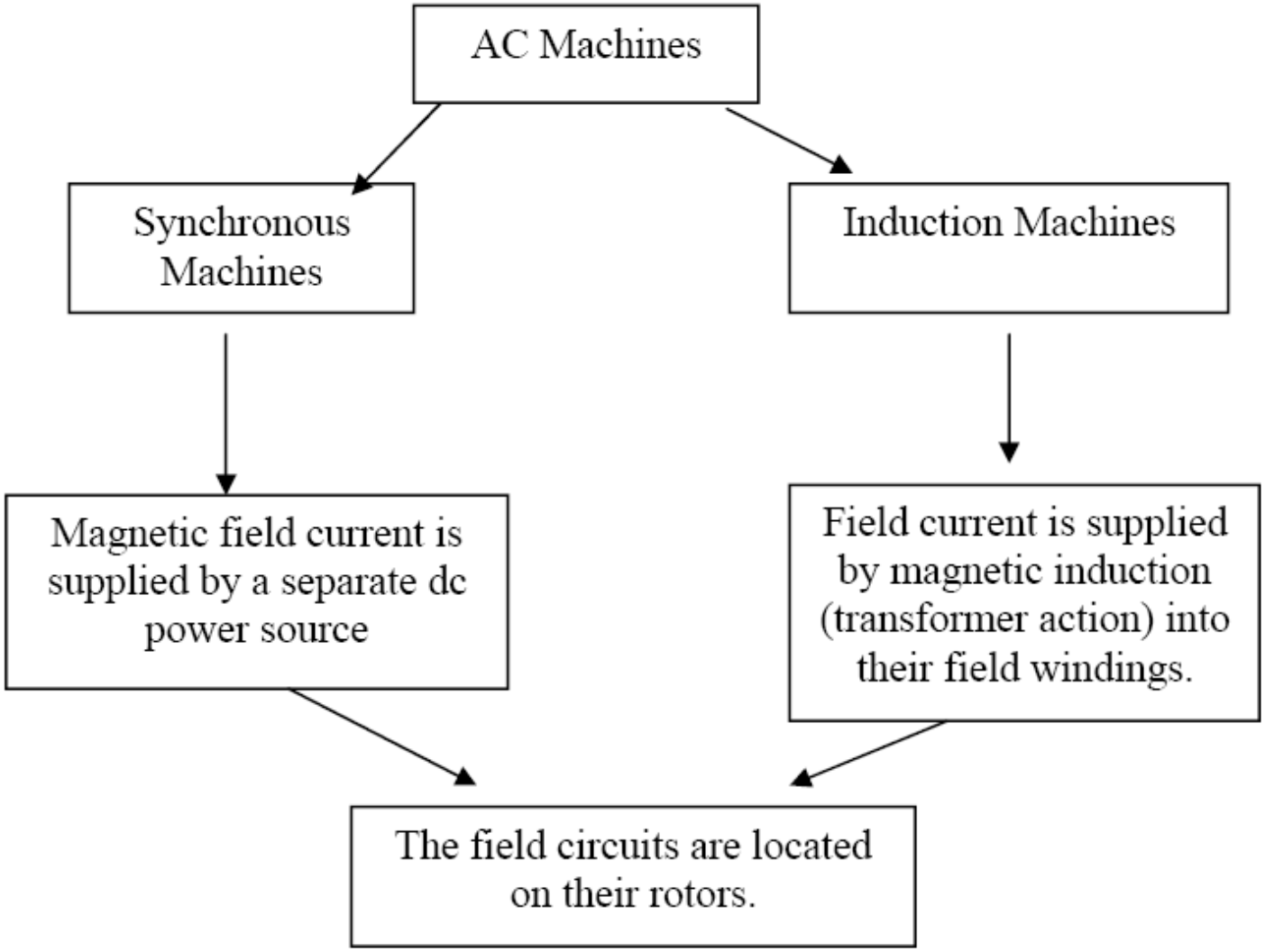
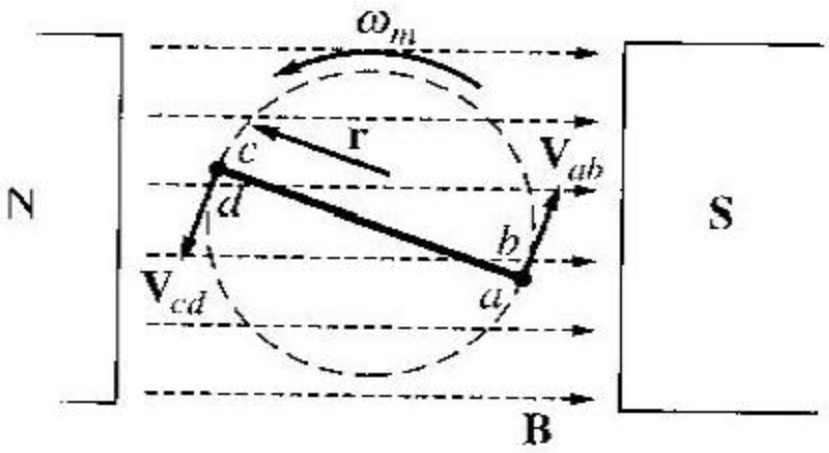
مبانی ماشین AC

- ولتاژ و گشتاور القایی در یک حلقه در میدان یکنواخت
- میدان گردان
  - اثبات گردش میدان
  - رابطه میان فرکانس الکتریکی و سرعت دوران میدان
- توزیع میدان در فضای ماشین
- ولتاژ القایی در ماشین ac
- گشتاور القایی در ماشین ac

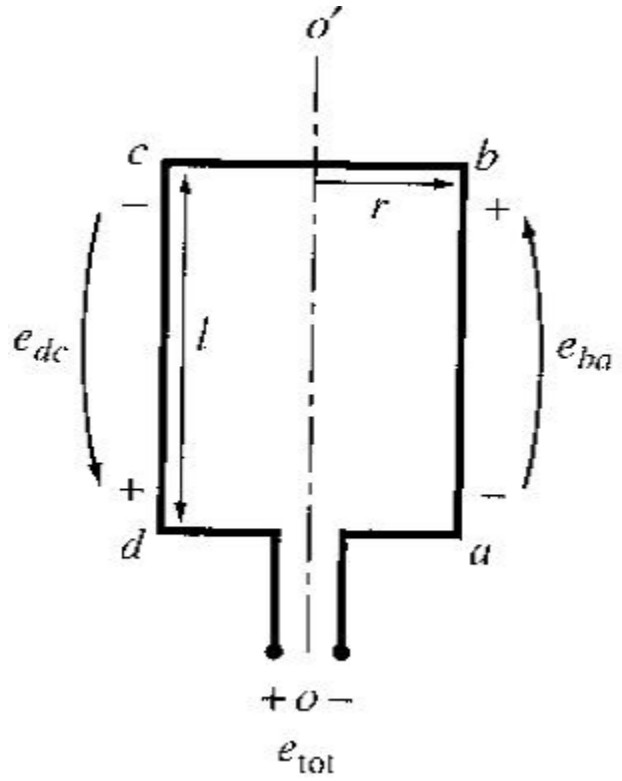
مبانی ماشین AC



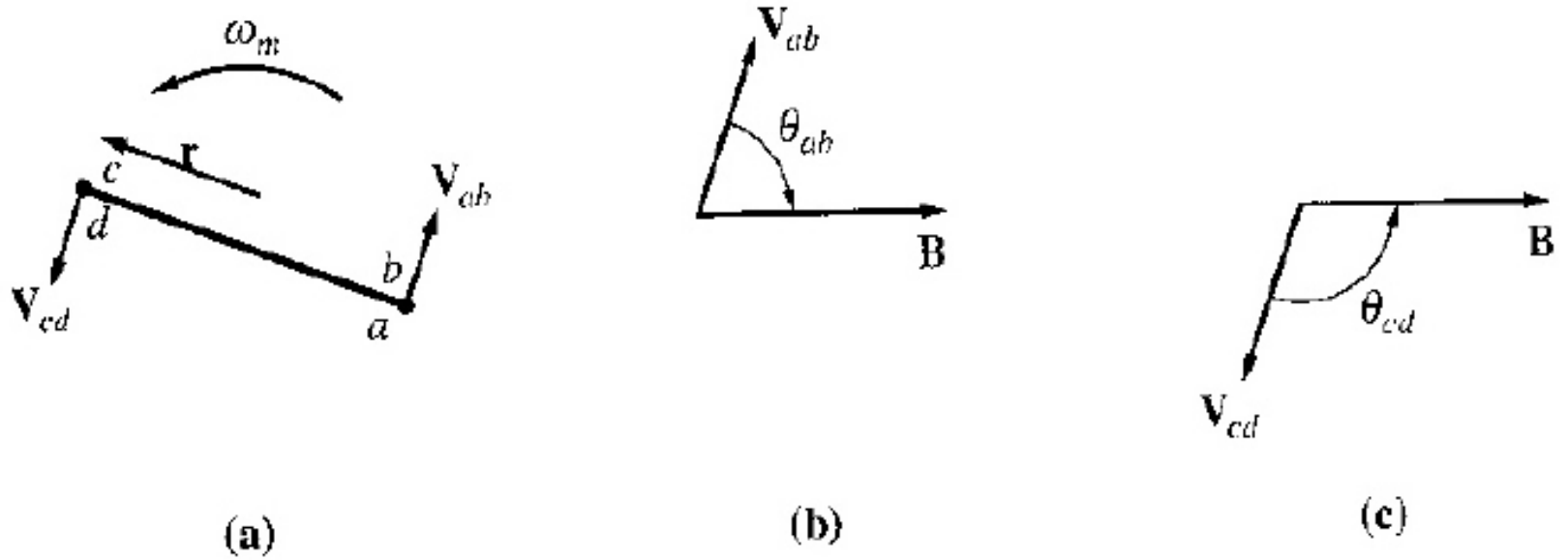
ولتاژ و گشتاور القایی در یک حلقه در میدان یکنواخت



میدان B یکنواخت است



ولتاژ و گشتاور القایی در یک حلقه در میدان یکنواخت



$$e_{ind} = (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \,.\, l$$

ولتاژ و گشتاور القایی در یک حلقه در میدان یکنواخت

- $e_{ba} = (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot l = vBl \sin \theta_{ab}$ به سمت داخل
- $e_{cb} = e_{da} = 0$
- $e_{cd} = (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot l = vBl \sin \theta_{cd}$ به سمت بیرون

$$e_{ind} = e_{ba} + e_{cb} + e_{dc} + e_{ad}$$
$$= vBl \sin \theta_{ab} + vBl \sin \theta_{cd}$$
$$= 2\, vBL \sin\theta$$

note: $\theta_{ab} = 180^{o} - \theta_{cd}$

ولتاژ و گشتاور القایی در یک حلقه در میدان یکنواخت

$\theta = \omega t$
$v = r\omega$

$$e_{ind} = 2r\,\omega B l \sin \omega t$$

$A = 2rl,$

$$e_{ind} = AB\omega \sin \omega t$$

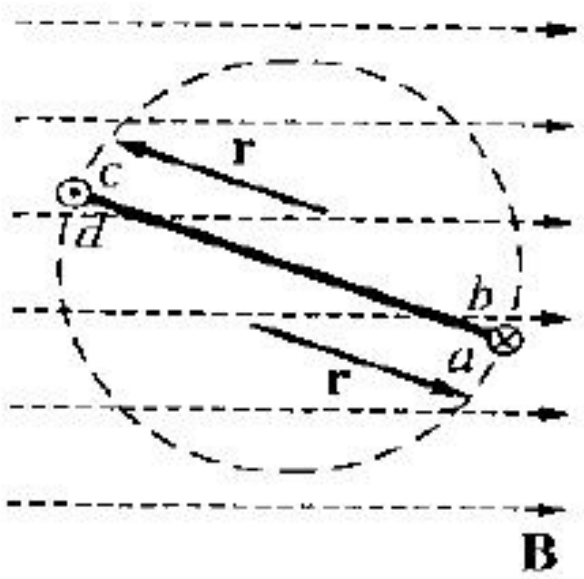
$$\phi_{max} = AB$$

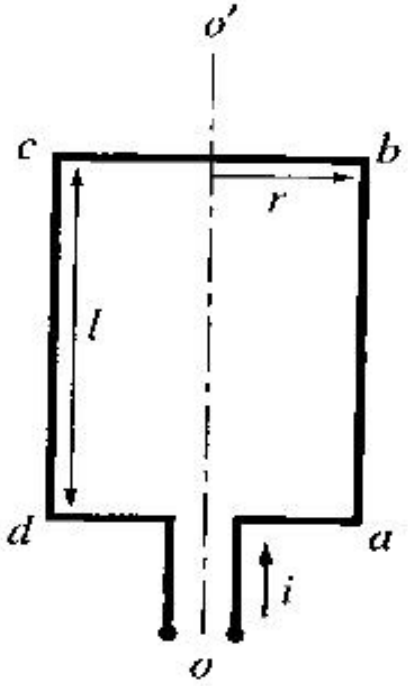
$$e_{ind} = \phi_{max}\,\omega \sin \omega t$$

ولتاژ به سه عامل وابسته است:

- شار ماکزیمم
- سرعت دوران
- ساختمان ماشین

ولتاژ و گشتاور القایی در یک حلقه در میدان یکنواخت



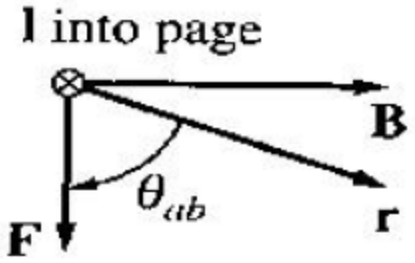


نیرو به هر ضلع از رابطه زیر بدست میاید

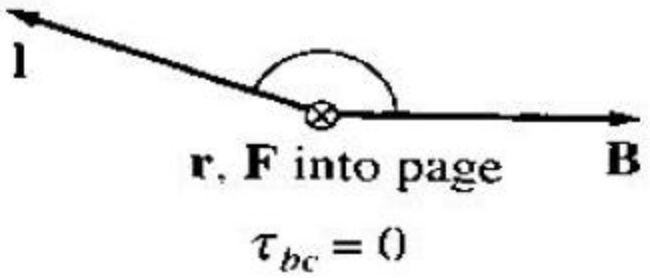
$$F = i\,(l \times B)$$

$$T = r \times F \sin\theta$$

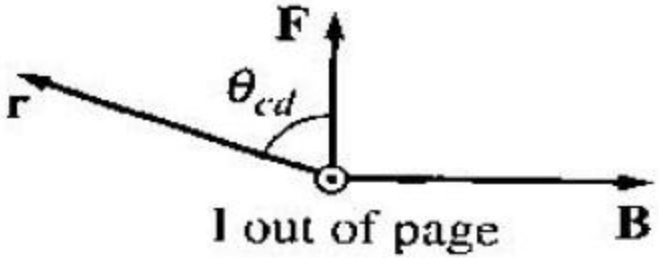
ولتاژ و گشتاور القایی در یک حلقه در میدان یکنواخت



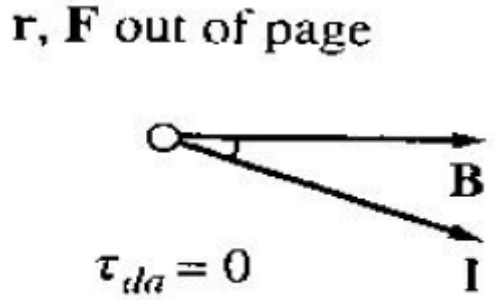
(a)



(b)



(c)



(d)

ولتاژ و گشتاور القایی در یک حلقه در میدان یکنواخت

$\mathbf{F} = \mathrm{i}\,(\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B})$
$= \boldsymbol{ilB}$ down

$\tau_{ab} = (F)(r \sin\theta_{ab})$
$= rilB \sin\theta_{ab}$ clockwise

$\mathbf{F} = \mathrm{i}\,(\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B})$
$= \boldsymbol{ilB}$ into the page

$\tau_{bc} = (F)(r \sin\theta_{bc})$
$= 0$

$\mathbf{F} = \mathrm{i}\,(\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B})$
$= \boldsymbol{ilB}$ up

$\tau_{cd} = (F)(r \sin\theta_{cd})$
$= rilB \sin\theta_{cd}$ clockwise

$\mathbf{F} = \mathrm{i}\,(\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B})$
$= \boldsymbol{ilB}$ out of the page

$\tau_{da} = (F)(r \sin\theta_{da})$
$= 0$

ولتاژ و گشتاور القایی در یک حلقه در میدان یکنواخت

$$\tau_{ind} = \tau_{ab} + \tau_{bc} + \tau_{cd} + \tau_{da}$$

$$= rilB \sin\theta_{ab} + rilB \sin\theta_{cd} = \mathbf{2}rilB \sin\theta$$

جریان حلقه میدانی تولید میکند:

$$B_{loop} = \frac{\mu i}{G}$$

G ثابت است و به ساختمان حلقه وابسته است و مساحت حلقه 2rl است:

$$\tau_{ind} = \frac{AG}{\mu} B_{loop} B_S \sin\theta$$

$$= kB_{loop} B_S \sin\theta$$

ولتاژ و گشتاور القایی در یک حلقه در میدان یکنواخت

$$\tau_{ind} = K * Bloop * Bs$$

گشتاور به سه عامل وابسته است:

- میدان رتور
- میدان استاتور
- زاویه میان دو میدان

میدان مغناطیسی دوار

قضیه:

سه جریان سه فاز که دامنه برابر و اختلاف فاز ۱۲۰ درجه دارن و از سه سیم پیچی میگذرند یک میدان دورا تولید میکنند که دامنه ان ثابت است

میدان مغناطیسی دوار

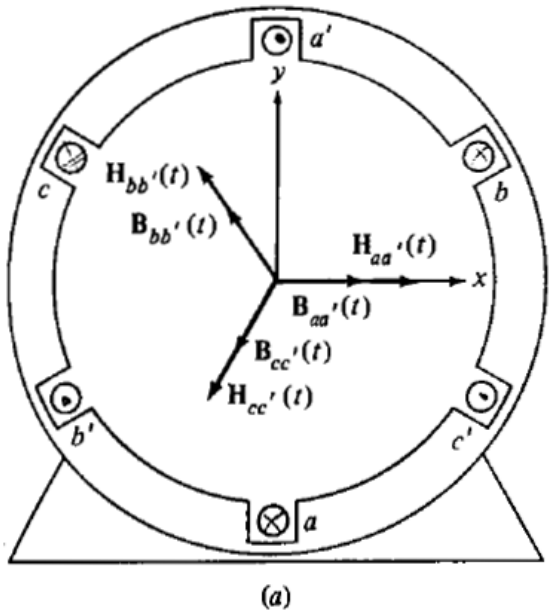
فرض کنید جریانها به صورت زیر باشند:

$$i_{aa'}(t) = I_M \sin \omega t \; A$$

$$i_{bb'}(t) = I_M \sin(\omega t - 120\,^\circ)\, A$$

$$i_{cc'}(t) = I_M \sin(\omega t - 240\,^\circ)\, A$$

جریان هر سیم پیچی یک میدان تولید میکند:



(a)

$$H_{aa'}(t) = H_M \sin \omega t \angle 0^\circ \; A \bullet turns \; / m$$

$$H_{bb'}(t) = H_M \sin(\omega t - 120\,^\circ) \angle 120\,^\circ \; A \bullet turns \; / m$$

$$H_{cc'}(t) = H_M \sin(\omega t - 240\,^\circ) \angle 240\,^\circ \; A \bullet turns \; / m$$

میدان مغناطیسی دوار

$$H_{aa'}(t) = H_M \sin \omega t \angle 0^\circ \; A \bullet turns \; / \; m$$

$$H_{bb'}(t) = H_M \sin(\omega t - 120^\circ) \angle 120^\circ \; A \bullet turns \; / \; m$$

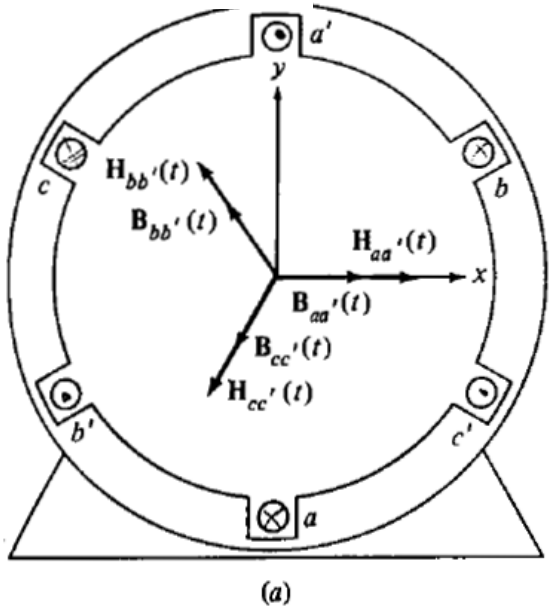
$$H_{cc'}(t) = H_M \sin(\omega t - 240^\circ) \angle 240^\circ \; A \bullet turns \; / \; m$$

$B_M = \mu H_M$ به فرض

$$B_{aa'}(t) = B_M \sin \omega t \angle 0^\circ \; T$$

$$B_{bb'}(t) = B_M \sin(\omega t - 120^\circ) \angle 120^\circ \; T$$

$$B_{cc'}(t) = B_M \sin(\omega t - 240^\circ) \angle 240^\circ \; T$$



(a)

میدان مغناطیسی دوار

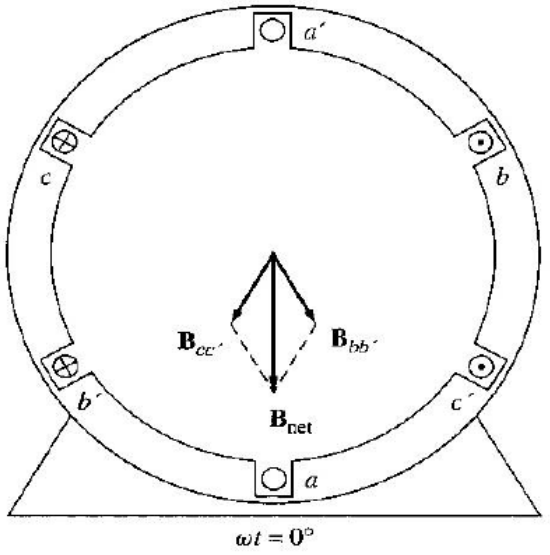
$$\omega t = 0^\circ \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} B_{aa'} &= 0 \\ B_{bb'} &= B_M \sin(-120^\circ) \angle 120^\circ \, T \\ B_{cc'} &= B_M \sin(-240^\circ) \angle 240^\circ \, T \end{aligned}$$

میدان برایند :

$$B_{net} = B_{aa'} + B_{bb'} + B_{cc'}$$

$$= 0 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} B_M\right) \angle 120^\circ + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} B_M\right) \angle 240^\circ$$

$$= 1.5 B_M \angle -90^\circ$$



(a)

$\omega t = 0^\circ$

میدان مغناطیسی دوار

$\omega t = 90°$ ➡

$$B_{aa'} = B_M \angle 0°$$

$$B_{bb'} = -0.5 B_M \angle 120° T$$

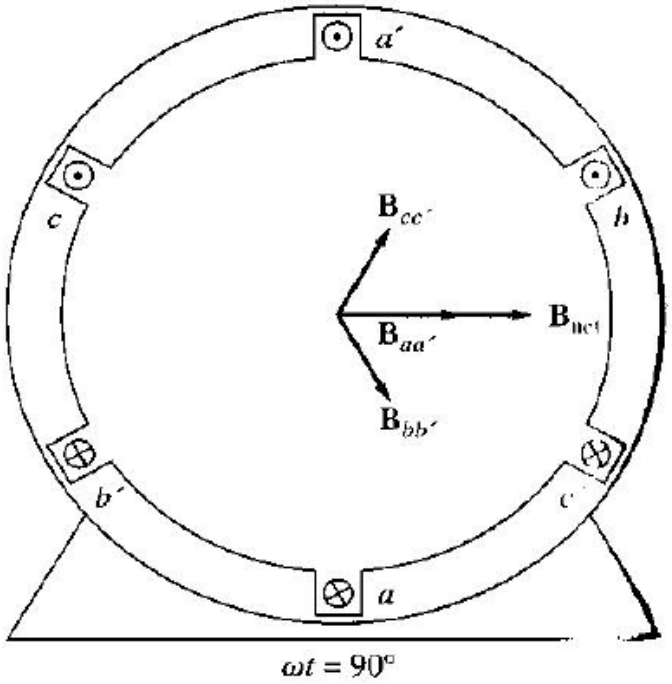
$$B_{cc'} = -0.5 B_M \angle 240° T$$

میدان برایند :

$$B_{net} = B_{aa'} + B_{bb'} + B_{cc'}$$

$$= B_M \angle 0 + (-0.5 B_M) \angle 120° + (-0.5 B_M) \angle 240°$$

$$= 1.5 B_M \angle 0°$$



(b)

$\omega t = 90°$

اثبات دوران میدان مغناطیسی

اگر سه میدان به شرح زیر باشند:

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{\text{net}}(t) &= \mathbf{B}_{aa'}(t) + \mathbf{B}_{bb'}(t) + \mathbf{B}_{cc'}(t) \\ &= B_M \sin \omega t \angle 0° + B_M \sin(\omega t - 120°) \angle 120° \\ &\quad + B_M \sin(\omega t - 240°) \angle 240° \quad \text{T}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{\text{net}}(t) &= B_M \sin \omega t \hat{\mathbf{x}} \\ &\quad - [0.5 B_M \sin(\omega t - 120°)]\hat{\mathbf{x}} + \left[\frac{\sqrt{3}}{2} B_M \sin(\omega t - 120°)\right]\hat{\mathbf{y}} \\ &\quad - [0.5 B_M \sin(\omega t - 240°)]\hat{\mathbf{x}} - \left[\frac{\sqrt{3}}{2} B_M \sin(\omega t - 240°)\right]\hat{\mathbf{y}}\end{aligned}$$

اثبات دوران میدان مغناطیسی

$$\mathbf{B}_{\text{net}}(t) = [B_M \sin \omega t - 0.5B_M \sin(\omega t - 120°) - 0.5B_M \sin(\omega t - 240°)]\hat{\mathbf{x}} + \left[\frac{\sqrt{3}}{2}B_M \sin(\omega t - 120°) - \frac{\sqrt{3}}{2}B_M \sin(\omega t - 240°)\right]\hat{\mathbf{y}}$$

$$\mathbf{B}_{\text{net}}(t) = \left(B_M \sin \omega t + \frac{1}{4}B_M \sin \omega t + \frac{\sqrt{3}}{4}B_M \cos \omega t + \frac{1}{4}B_M \sin \omega t - \frac{\sqrt{3}}{4}B_M \cos \omega t\right)\hat{\mathbf{x}} + \left(-\frac{\sqrt{3}}{4}B_M \sin \omega t - \frac{3}{4}B_M \cos \omega t + \frac{\sqrt{3}}{4}B_M \sin \omega t - \frac{3}{4}B_M \cos \omega t\right)\hat{\mathbf{y}}$$

اثبات دوران میدان مغناطیسی

$$\mathbf{B}_{\text{net}}(t) = (1.5B_M \sin \omega t)\hat{\mathbf{x}} - (1.5B_M \cos \omega t)\hat{\mathbf{y}}$$

نتیجه:

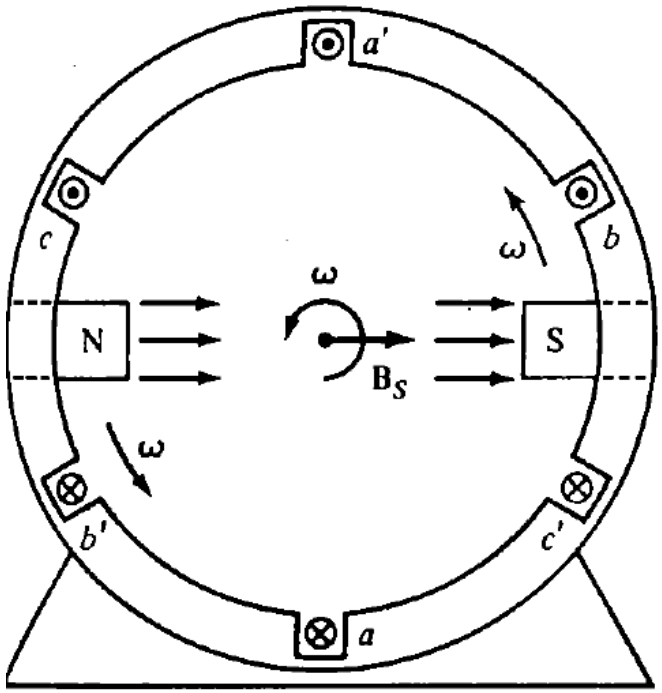
دامنه میدان برابر $1.5\ B_M$ است و سرعت دوران آن ω پاد ساعتگرد

رابطه میان فرکانس الکتریکی و سرعت دوران میدان مغناطیسی

قطبهای مغناطیسی یک دور مکانیکی کامل دور استاتور را در هر سیکل الکتریکی جریان طی میکنند. سرعت مکانیکی دوران میدان دور بر ثانیه برابر فرکانس الکتریکی به هرتز است:

f_e (هرتز) = f_m (دور/s) دوقطبی

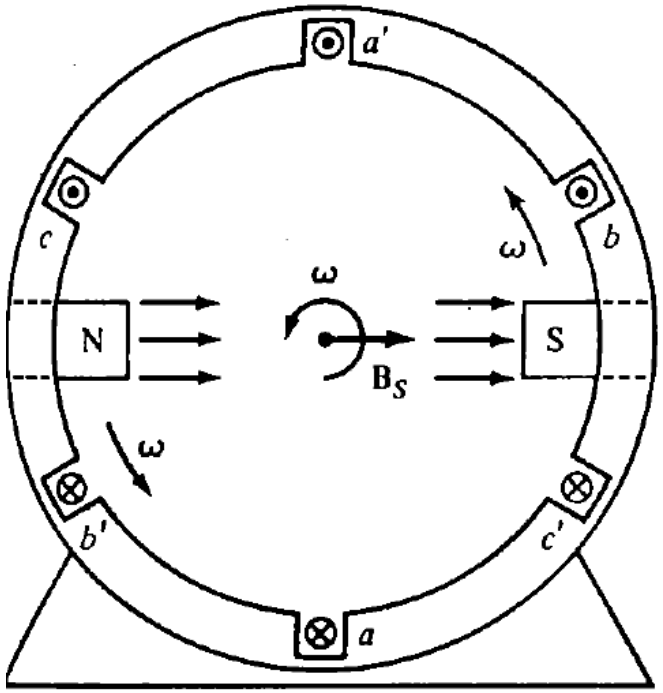
ω_e(رادیان/s) = ω_m (رادیان/s) دوقطبی



رابطه میان فرکانس الکتریکی و سرعت دوران میدان مغناطیسی

ترتیب سرها سیم پیچی در این استاتور دو قطبی به صورت زیر است:

a – c’ – b – a’ – c – b’



رابطه میان فرکانس الکتریکی و سرعت دوران میدان مغناطیسی

- اگر این الگو را با دو برابر کردن سیم پیچیها دو بار تکرار کنیم به صورت زیر، چهار قطب در ماشین ایجاد میکنیم:

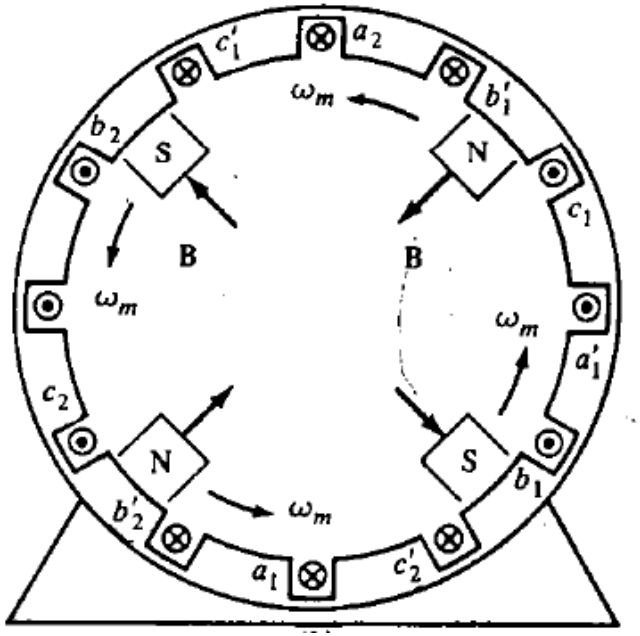
a1 – c1’ – b1 – a1’ – c1 – b1’ – a2 – c2’ – b2 – a2’ – c2 – b2’

- رابطه کمیات الکتریکی و مکانیکی به صورت زیر در میاید:

$$\theta_e = 2\,\theta_m$$

$$f_e = 2\,f_m$$

$$\omega_e = 2\,\omega_m$$



رابطه میان فرکانس الکتریکی و سرعت دوران میدان مغناطیسی

- در حالت کلی:

$$\theta_e = \frac{P}{2}\theta_m$$

$$f_e = \frac{P}{2} f_m$$

$$\omega_e = \frac{P}{2}\omega_m$$

$$since \quad f_m = \frac{n_m}{60} \qquad where\ n\ is\ the\ number\ of\ rotation$$

$$\therefore f_e = \frac{n_m}{120} P$$

معکوس کردن جهت دوران میدان مغناطیسی

اگر جای جریان دو فاز عوض شود جهت میدان معکوس میشود. برای مثال اگر جای فازهای B وC عوض شود:

$$B_{net} = B_{aa'} + B_{bb'} + B_{cc'}$$

$$B_{net}(t) = B_M \sin \omega t \angle 0° + B_M \sin(\omega t - 240°) \angle 120° + B_M \sin(\omega t - 120°) \angle 240° \; T$$

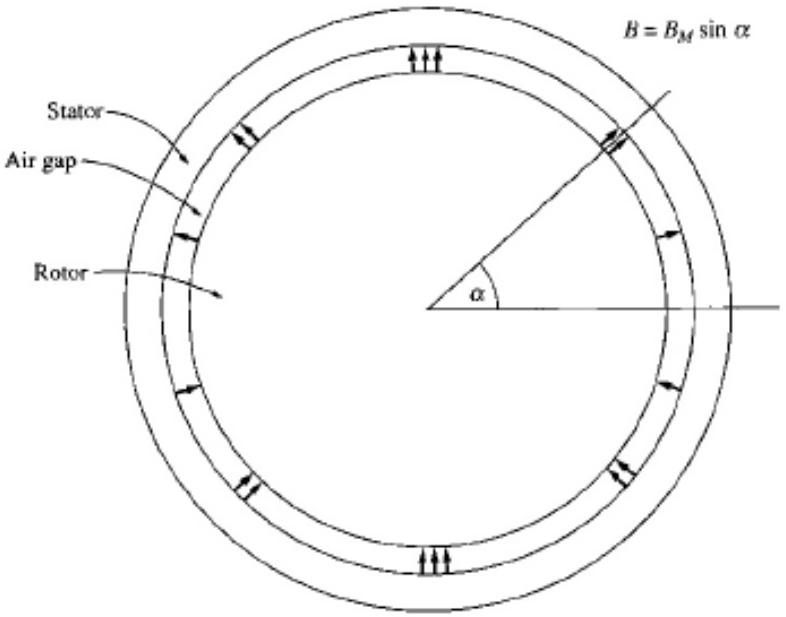
$$B_{total}(t) = (1.5B_m \sin \omega t)\hat{x} + (1.5B_m \cos \omega t)\hat{y}$$

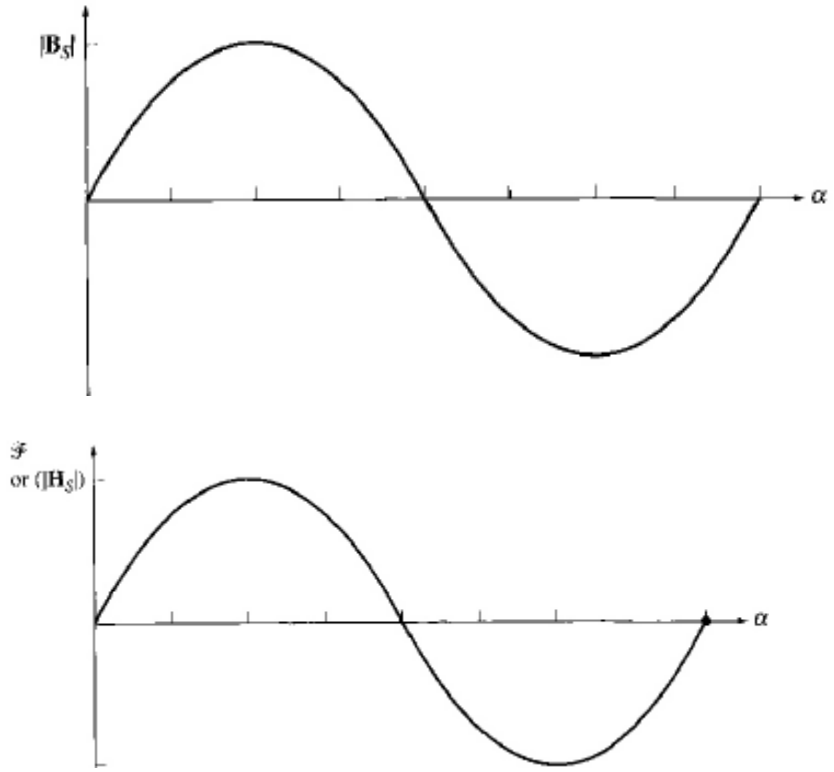
نیروی محرکه مغناطیسی و توزیع شار در ماشین AC

- شار تولیدی در ماشین ac در فضای ازاد شکل میگیرد
- جهت چگالی شار تولیدی یک سیم پیچ عمود بر صفحه سیم پیچ است (قانون دست راست)
- در ماشین ac بعلت وجود ماده فرومغناطیسی و فاصله هوایی توزیع شار کمی متفاوت با فضای ازاد است

نیروی محرکه مغناطیسی و توزیع شار در ماشین AC

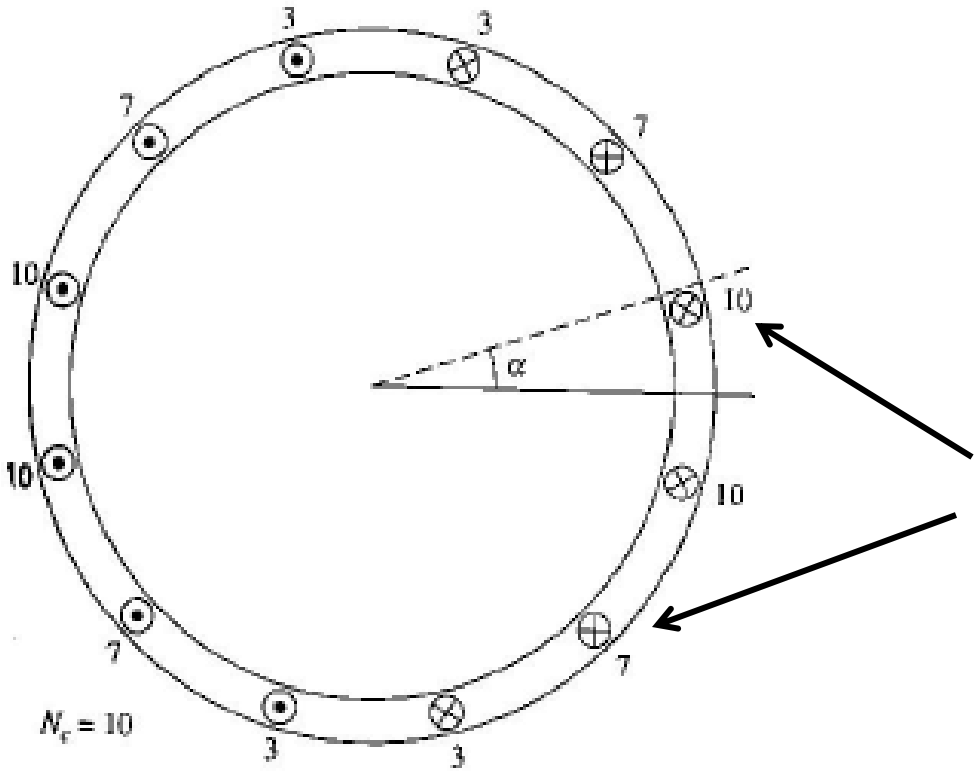
- برای تولید ولتاژ سینوسی چگالی شار B در فاصله هوایی باید به شکل سینوسی تغییر کند.
- تغییر سینوسی B مستلزم سینوسی بودن H است





نیروی محرکه مغناطیسی و توزیع شار در ماشین AC

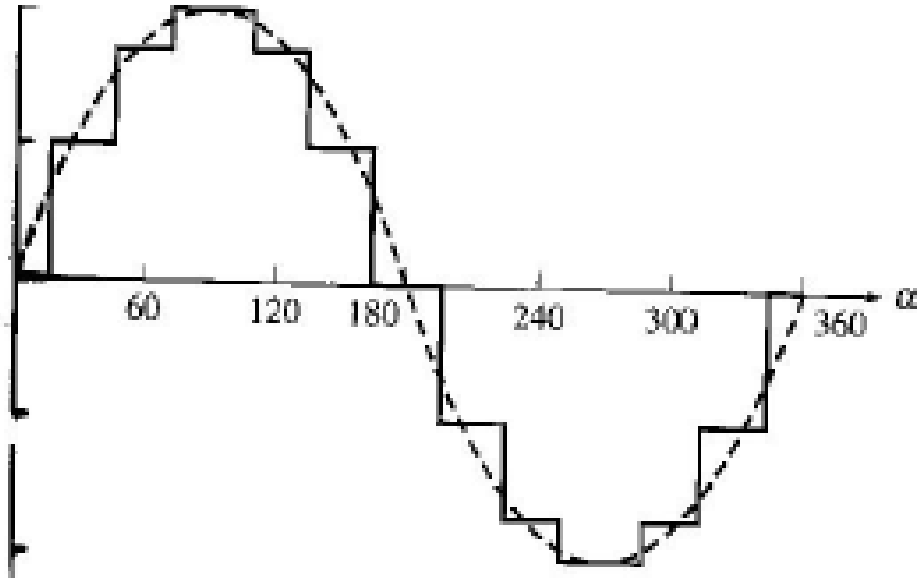
- سینوسی بودن H مستلزم این است که تعداد هادیهای سیم پیچی در شیارهای روی استاتور تغییرات سینوسی داشته باشد.



تعداد هادیها در هر شیار روی استاتور نوشته شده است

نیروی محرکه مغناطیسی و توزیع شار در ماشین AC

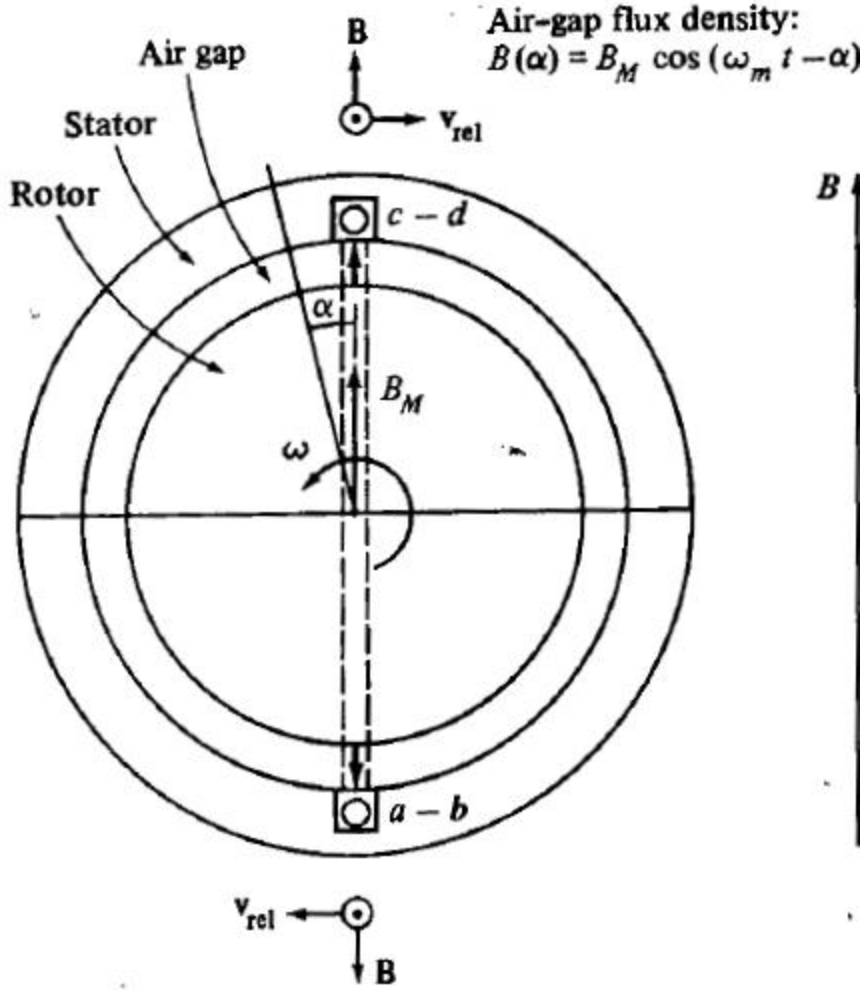
- توزیع mmf در نتیجه توزیع هادیها بر سطح استاتور

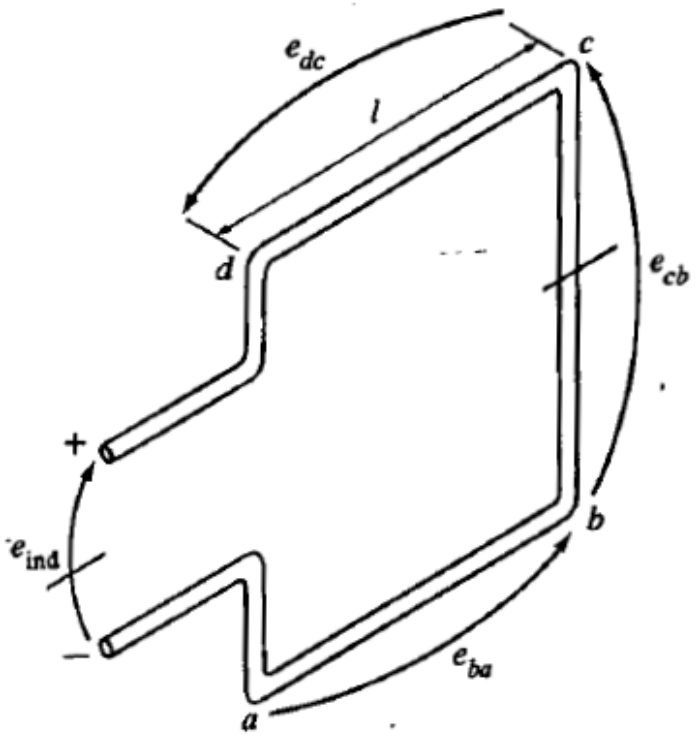


تعداد هادی در هر شیار طبق رابطه زیر محاسبه میشود که Nc تعداد هادیها در زاویه ۰ درجه است:

$$n_C = N_C \times \cos(\alpha)$$

ولتاژ القا شده در یک کلاف در استاتور دو قطبی





ولتاژ القا شده در یک کلاف در استاتور دو قطبی

- فرض کنید B به صورت سینوسی زیر با زاویه مکانیکی در فاصله هوایی تغیر کند و جهت آن به سمت بیرون باشد :

$$B = B_M \cos \alpha$$

- چون رتور با سرعت ω_m میچرخد، در نتیجه اندازه B در هر زاویه α در اطراف استاتور به صورت زیر است:

$$B = B_M \cos (\omega t - \alpha)$$

- ولتاژ القایی در یک سیم متحرک در میدان برابر است با

$$e = (\mathbf{v} \times \mathbf{B})\, \boldsymbol{l}$$

- این رابطه اگر با فرض متحرک بودن سیم درست است. در اینجا چون سیم ثابت است و میدان متحرک، به یک تغییر مرجع نیاز است. پس فرض میکنیم ناظر بر میدان دوار قرار دارد.

ولتاژ القا شده در یک کلاف در استاتور دو قطبی

- ولتاژ القایی در اضلاع مختلف سیم را محاسبه میکنیم:

1. *Segment ab*

$\alpha = 180°$.

$$e_{ba} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}$$

$$= vBl \qquad \text{directed out of the page}$$

$$= -v[B_M \cos(\omega_m t - 180°)]l$$

$$= -vB_M l \cos(\omega_m t - 180°)$$

ولتاژ القا شده در یک کلاف در استاتور دو قطبی

2. *Segment bc*

The voltage is zero, since the vector quantity **v x B** is perpendicular to **l**

$$e_{cb} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} = 0$$

3. *Segment cd*

$\alpha = 0°$

$$e_{dc} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}$$

$$= vBl \qquad \text{directed out of the page}$$

$$= v(B_M \cos \omega_m t)l$$

$$= vB_M l \cos \omega_m t$$

ولتاژ القا شده در یک کلاف در استاتور دو قطبی

4. *Segment da.*

ولتاژ القایی صفر است زیرا v x B عمود بر l است

$$e_{ad} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} = 0$$

- ولتاژ القایی کل برابر است با

$$e_{\text{ind}} = e_{ba} + e_{dc}$$

$$= -vB_M l \cos(\omega_m t - 180^\circ) + vB_M l \cos \omega_m t$$

Since $\cos \theta = -\cos(\theta - 180^\circ)$,

$$e_{\text{ind}} = vB_M l \cos \omega_m t + vB_M l \cos \omega_m t$$

$$= 2vB_M l \cos \omega_m t$$

ولتاژ القا شده در یک کلاف در استاتور دو قطبی

Since, $v = r\omega_m$

Since, $\phi = 2rlB_m$

$$e_{ind} = 2(r\omega_m)B_M l \cos \omega_m t$$
$$= 2rlB_M \omega_m \cos \omega_m t$$

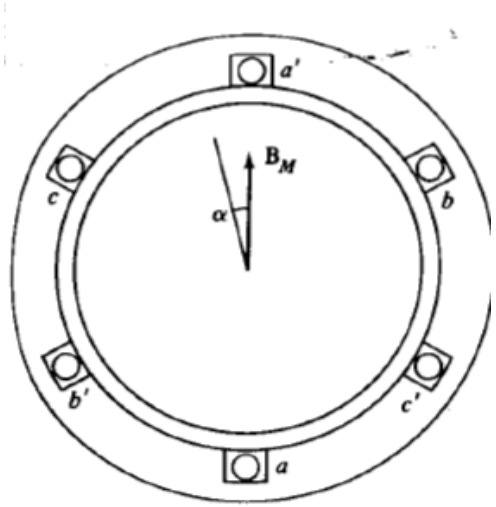
$$\boxed{e_{ind} = \phi\omega \cos \omega t}$$

- اگر کلاف N دور داشته باشد:

$$\boxed{e_{ind} = N_c \phi\omega \cos \omega t}$$

ولتاژ القا شده در کلاف سه فاز روی استاتور

- اگر ولتاژ القایی در سه کلاف چنان باشند که اختلاف فاز ۱۲۰ درجه داشته باشند، با توجه به مطالب قبل ولتاژها به صورت زیر هستند:



$$e_{aa'} = N\phi\omega \sin \omega t \quad V$$

$$e_{bb'} = N\phi\omega \sin(\omega t - 120^o) \quad V$$

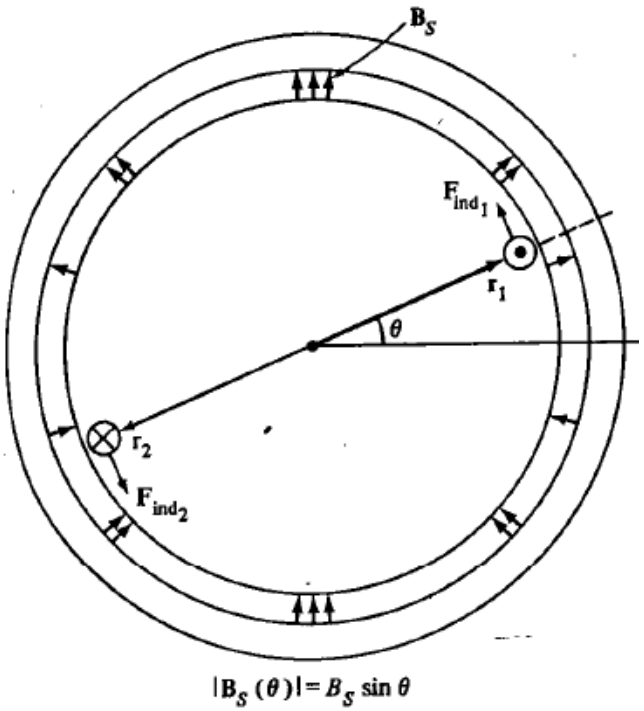
$$e_{cc'} = N\phi\omega \sin(\omega t - 240^o) \quad V$$

$$E_{\max} = N\phi\omega \quad ,$$

$$\therefore E_{\max} = 2\pi N\phi f$$

- ولتاژ خروجی استاتور با توجه به نحوه اتصال ان، ستاره یا مثلث، مشخص میشود

گشتاور القایی در ماشین AC



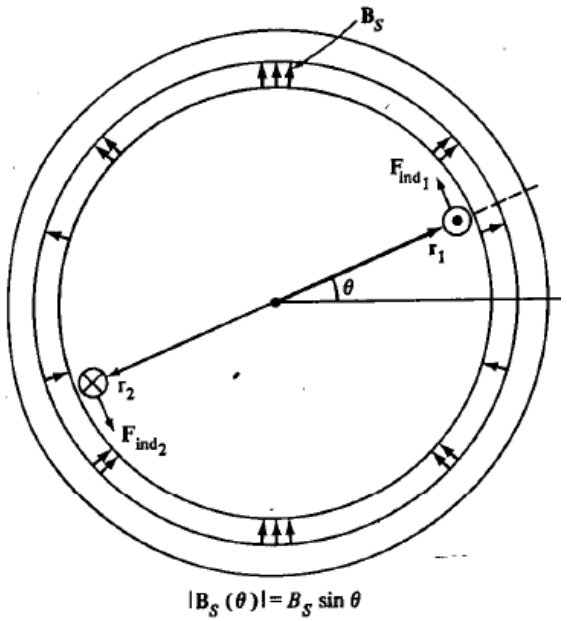
- دو میدان در ماشین وجود دارد: یک میدان تولیدی رتور و دیگری میدان تولیدی استاتور.
- میدان رتوراز جریان مدار تحریک تولید میشود و با رتور دوران میکند
- میدان استاتور از جریانهای عبوری از استاتور تولید میشود
- تعامل این دو میدان موجب تولید گشتاور میشود

گشتاور القایی در ماشین AC

- Bs: دامنه پیک چگالی شار و زمانی مثبت است که به سمت بیرون باشد

$$B_S(\theta) = B_S \sin \theta$$

$$F = i(l \times B)$$

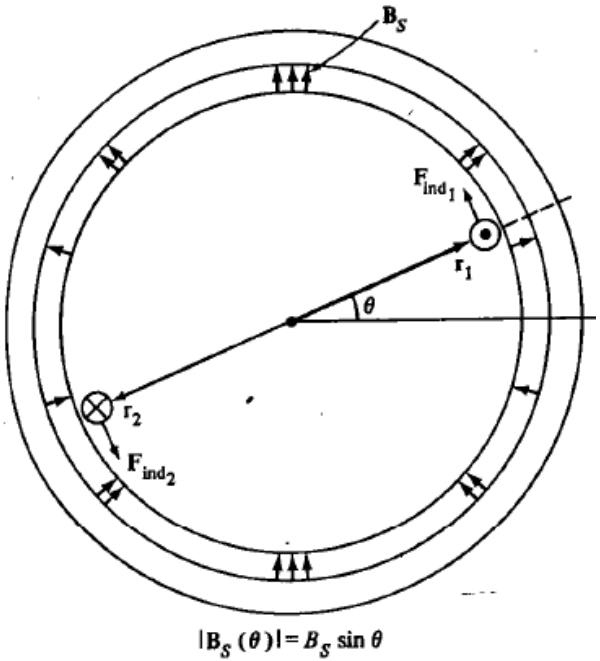


گشتاور القایی در ماشین AC

$$\mathbf{F}_{ind,1} = i(\mathbf{l} \times \mathbf{B})$$
$$= ilB_S \sin\theta$$

$$\tau_{ind,1} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$
$$= rilB_S \sin\theta$$

$$\Longrightarrow \quad \tau_{ind} = 2rilB_S \sin\theta$$



گشتاور القایی در ماشین AC

جریان در سیم پیچ رتور یک میدان ایجاد میکند. شدت میدان ناشی از این میدان رتور برابر است با

$$H_R = C \times i \qquad (C \text{ is a constant}).$$

زاویه میان پیک B_s و پیک H_R برابر با γ است.

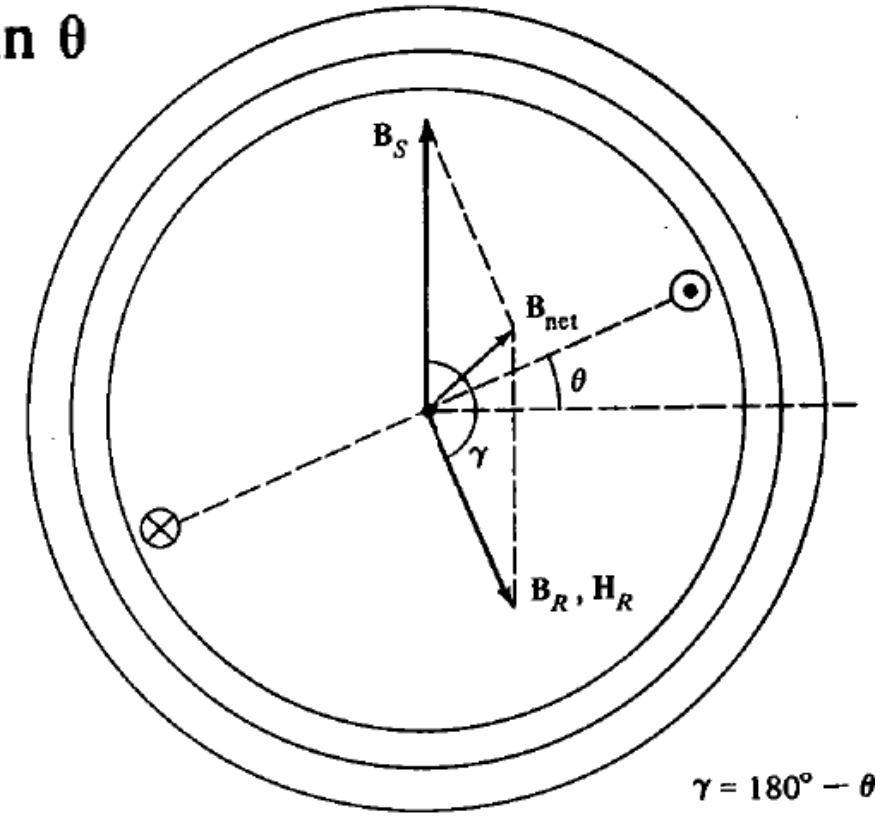
گشتاور القایی در ماشین AC

$$\gamma = 180^\circ - \theta$$

$$\sin\gamma = \sin(180^\circ - \theta) = \sin\theta$$

$$\Rightarrow \quad \tau_{ind} = KH_R B_S \sin\gamma$$

$$\tau_{ind} = KH_R \times B_S$$



گشتاور القایی در ماشین AC

- Since $B_R = \mu H_R$

$$\Rightarrow \quad \tau_{ind} = kB_R \times B_S$$

رابطه بالا برای تمام ماشینهای ac درست است. K پارامتری است که به ماشین وابسته است.

گشتاور القایی در ماشین AC

رابطه قبل را به شکل زیر هم میتوان نوشت

$$\mathbf{B}_{\text{net}} = \mathbf{B}_R + \mathbf{B}_S$$

$$\tau_{\text{ind}} = k\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_S$$

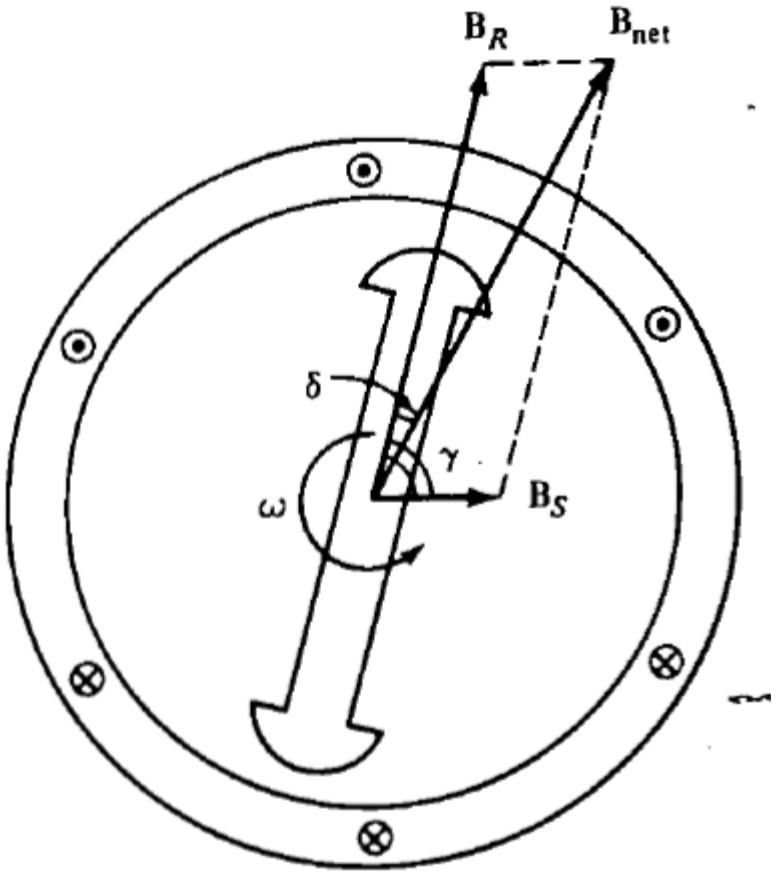
$$\tau_{\text{ind}} = k\mathbf{B}_R \times (\mathbf{B}_{\text{net}} - \mathbf{B}_R)$$

$$= k(\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_{\text{net}}) - k(\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_R)$$

$$\boxed{\tau_{\text{ind}} = k\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_{\text{net}}}$$

گشتاور القایی در ماشین AC

$$\tau_{ind} = k\mathbf{B}_R \times \mathbf{B}_{net}$$
$$= kB_R B_{net} \sin \delta$$



تلفات در ماشین AC

تلفات عبارتند از :

۱- تلفات اهمی سیم پیچی رتور و استاتور

۲- تلفات هسته

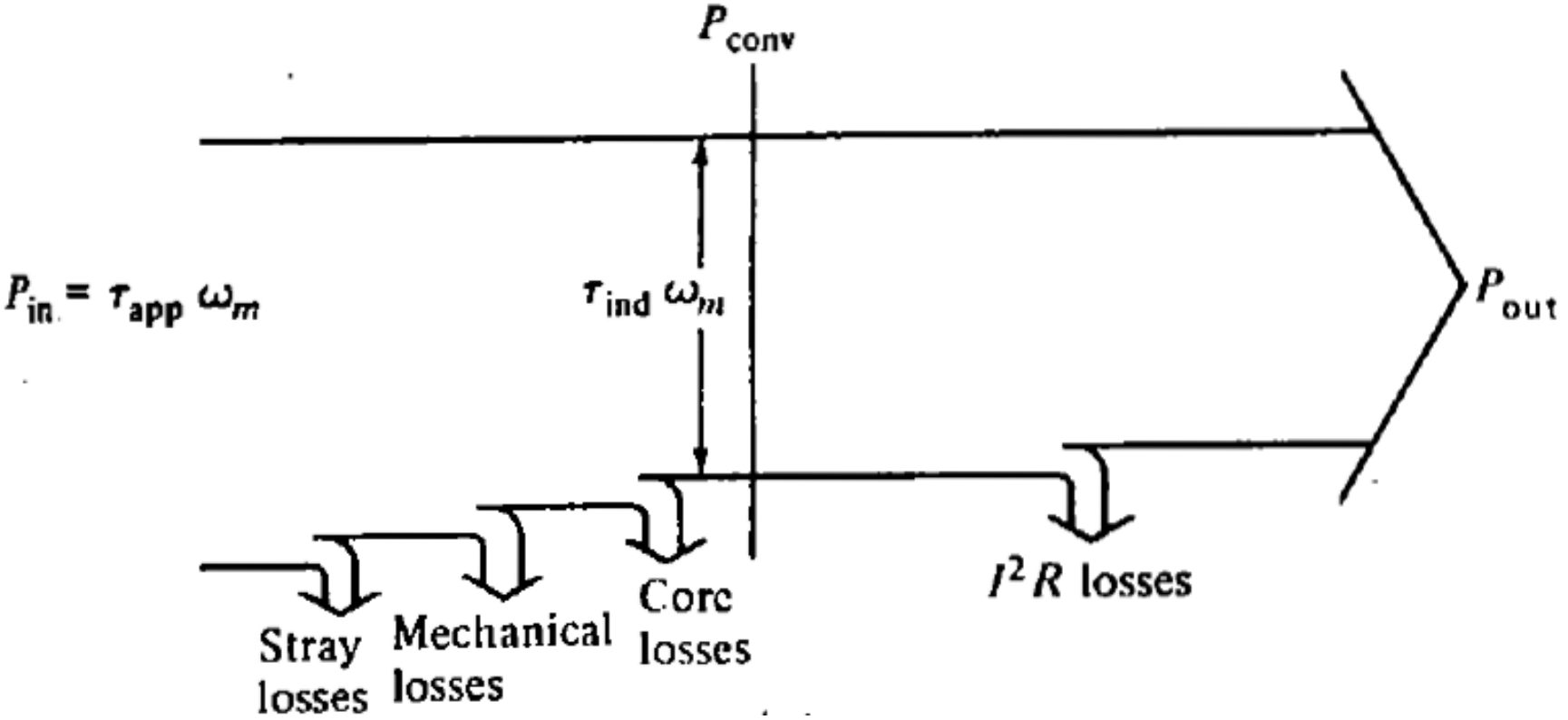
۳- تلفات مکانیکی

۴- تلفات متفرقه

بازده به صورت زیر است

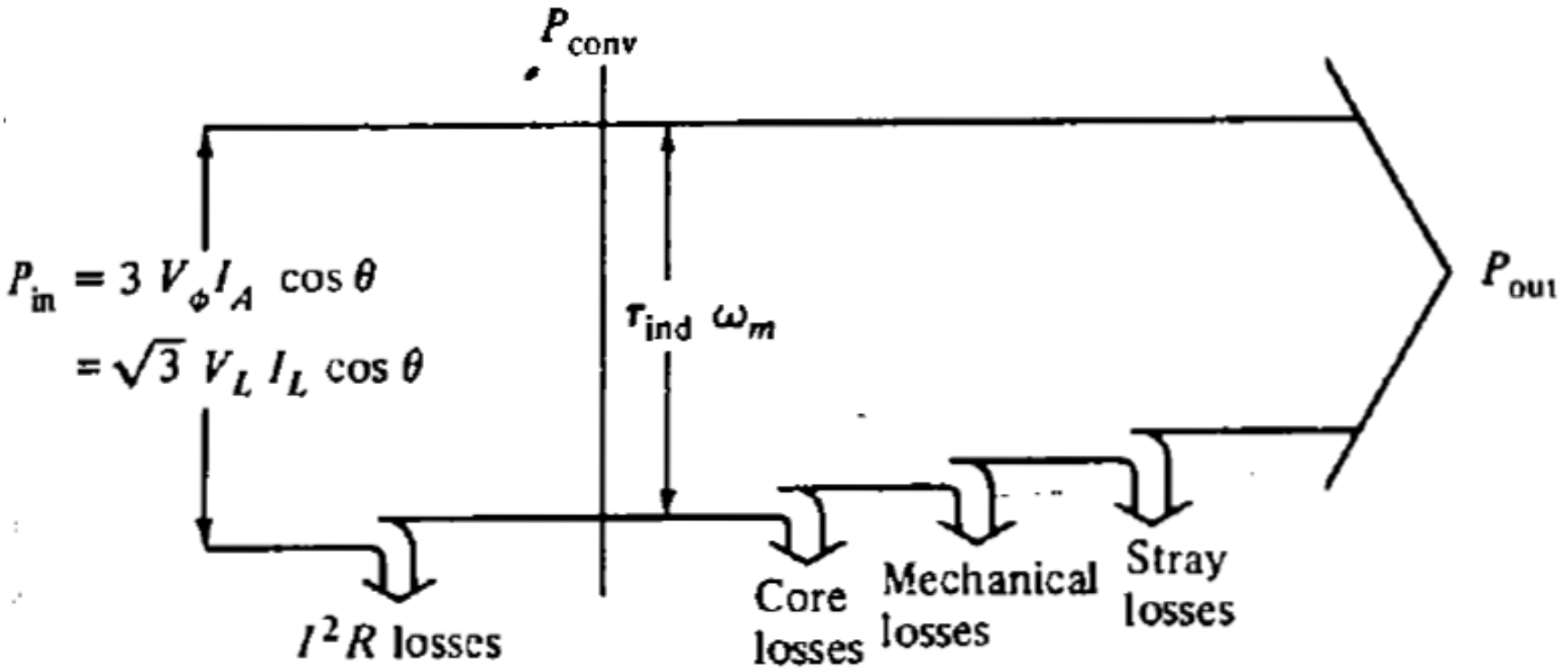
$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\%$$

تلفات در ژنراتور AC



$$P_{out} = 3\,V_\phi I_A \cos\theta$$

تلفات در موتور AC



$$P_{out} = \tau_{load}\ \omega_m$$

مسایل

۱- جدولی تهیه کنید که در ان سرعت گردش میدان در ماشینهای ac با قطبهای ۲،۴ ، ۶، ۸، و ۱۰ را با فرکانسهای ۵۰، ۶۰ و ۴۰۰ هرتز نشان دهد.

۲- یک سیم پیچی سه فاز دو قطب در شش شیار استاتور ماشینی ac قرار دارد. سیم پیچیها ۸۰ دوری هستند. تمام کلافها سری هستند و سیم پیچی سه فاز به صورت Δ متصل شده است. شار هر قطب ۰/۰۶ وبر و سرعت گردش میدان ۳۶۰۰ دور بر دقیقه است.
مطلوبست:
الف) فرکانس ولتاژ القایی در سیم پیچی
ب) ولتاژ فاز و خط (ترمینال) استاتور

۳- در شکل زیر میدانهای رتور و استاتور نشان داده شده. جهت گشتاور القایی چیست؟ ماشین موتور است یا ژنراتور